

Grammatiche dell'inesistente: logiche modali e mondi possibili nella letteratura

Fondamenti filosofici e introduzione alla logica modale applicata alla narrativa fantastica

1. Il problema ontologico della finzione: esistenza, sussistenza e riferimento negli universi narrativi

La letteratura fantastica solleva questioni filosofiche di straordinaria profondità che intersecano la metafisica, la logica formale e la teoria della conoscenza. Quando un lettore incontra affermazioni come "Frodo Baggins porta l'Anello del Potere a Monte Fato" oppure "Foundation viene stabilita all'estremo limite della galassia", si trova di fronte a enunciati che possiedono una peculiare natura epistemica: sono evidentemente falsi nel mondo attuale, poiché né Frodo né Foundation esistono nella realtà empirica che abitiamo, eppure sono indiscutibilmente veri all'interno dei rispettivi universi narrativi. Questa doppia valenza veritativa costituisce il nucleo del problema filosofico della finzione.

La tradizione filosofica occidentale ha affrontato questo paradosso attraverso diverse strategie concettuali. Alexius Meinong, nel suo trattato "Über Gegenstandstheorie" del 1904, propose una distinzione fondamentale tra esistenza e sussistenza: mentre l'esistenza sarebbe proprietà degli oggetti spazio-temporali concreti, la sussistenza caratterizzerebbe entità astratte o ideali, inclusi gli oggetti finzionali. Secondo la teoria meinongiana, Frodo Baggins sussiste come oggetto intenzionale dotato di determinate proprietà, anche se non esiste nel senso spazio-temporale del termine. Questa soluzione, per quanto elegante, genera tuttavia difficoltà considerevoli: se Frodo sussiste realmente, in quale dominio ontologico? E come possiamo distinguere tra le proprietà che effettivamente possiede (essere un hobbit, portare l'Anello) e quelle che non possiede (essere un personaggio di Dostoevskij, vivere nel ventunesimo secolo)?

Bertrand Russell, nella sua teoria delle descrizioni definite formulata in "On Denoting" del 1905, offrì una soluzione radicalmente diversa. Secondo Russell, enunciati come "Frodo porta l'Anello" andrebbero analizzati non come attribuzioni di proprietà a un'entità sussistente, ma come forme logiche complesse che affermano l'esistenza di un unico individuo soddisfacente una certa descrizione. L'enunciato "Il re di Francia è calvo" viene parafrasato come "Esiste un x tale che x è re di Francia, per ogni y se y è re di Francia allora y è identico a x , e x è calvo". Poiché la prima congiunzione è falsa (non esiste un re di Francia), l'intero enunciato risulta falso. Applicata alla finzione, questa strategia consentirebbe di evitare l'impegno ontologico verso entità finzionali: "Frodo porta l'Anello" sarebbe semplicemente falso, come lo è "Il re di Francia è calvo".

Tuttavia, la soluzione russelliana, per quanto rigorosa dal punto di vista logico, appare controintuitiva quando applicata alla letteratura. Affermare che "Frodo porta l'Anello" è falso simpliciter sembra ignorare la distinzione evidente tra questo enunciato, che è certamente vero nel Signore degli Anelli, e "Frodo porta la spada laser", che è falso anche all'interno di quell'universo narrativo. La semantica russelliana non riesce a catturare la differenza tra finzioni coerenti e incoerenti, tra enunciati veri-nella-finzione ed enunciati falsi-nella-finzione.

2. L'operatore di finzionalità e la logica intensionale: verso una semantica dei mondi narrativi

Per superare queste difficoltà, i filosofi contemporanei hanno sviluppato approcci intensionali che introducono operatori specifici per trattare il discorso finzionale. Kendall Walton, nella sua monumentale opera "Mimesis as Make-Believe" del 1990, ha proposto di analizzare le finzioni come sistemi di principi generativi che prescrivono cosa immaginare. Secondo Walton, leggere un'opera di narrativa fantastica significa partecipare a un gioco di finzione governato da regole: il testo funziona come un "prop" che genera prescrizioni immaginative. Quando leggiamo che "Frodo porta l'Anello", il testo prescrive al lettore di immaginare che un certo hobbit compia determinate azioni.

Dal punto di vista logico-formale, questa intuizione può essere catturata introducendo un operatore intensionale della forma $F(p)$, dove F rappresenta "nella finzione f " e p è una proposizione. L'operatore F è intensionale perché non preserva il principio di sostitutività salva veritate degli identici: dal fatto che "Nella finzione f , a possiede la proprietà P " e dall'identità " $a = b$ " nel mondo reale, non segue necessariamente che "Nella finzione f , b possiede la proprietà P ", poiché i due termini potrebbero avere estensioni diverse all'interno dell'universo narrativo.

Per rendere questa analisi più formalmente rigorosa, possiamo considerare la semantica dei mondi possibili sviluppata da Saul Kripke negli anni Sessanta del Novecento. Nella semantica kripkiana, la verità delle proposizioni modali viene valutata non semplicemente rispetto al mondo attuale, ma rispetto a una struttura composta da un insieme W di mondi possibili, una relazione di accessibilità R definita su W , e una funzione di valutazione V che assegna valori di verità alle proposizioni atomiche in ciascun mondo. Un enunciato della forma $\Box p$ (necessariamente p) è vero in un mondo w se e solo se p è vero in tutti i mondi w' accessibili da w secondo la relazione R .

Questa struttura formale può essere adattata all'analisi delle finzioni narrative concependo ciascuna opera letteraria come specificante un insieme di mondi possibili compatibili con quanto narrato nel testo. Se indichiamo con W_f l'insieme dei mondi possibili compatibili con la finzione f , possiamo definire:

$F_f(p)$ è vero nel mondo attuale @ se e solo se p è vero in tutti i mondi w appartenenti a W_f

Questa definizione cattura l'intuizione che un enunciato è vero-nella-finzione- f quando è vero in tutti i modi in cui la finzione potrebbe concretamente realizzarsi. Poiché i testi letterari lasciano inevitabilmente molti dettagli indeterminati, W_f conterrà tipicamente più di un mondo possibile. Per esempio, Il Signore degli Anelli non specifica il colore esatto degli

occhi di ogni elfo della Compagnia Grigia, quindi W_LOTR includerà mondi in cui tali occhi sono di diversi colori compatibili con le descrizioni generali fornite.

3. Modalità aletiche, deontiche ed epistemiche nella narrativa fantastica

La logica modale distingue tradizionalmente diverse specie di modalità, ciascuna delle quali trova applicazione nell'analisi degli universi narrativi fantastici. Le modalità aletiche concernono la necessità e la possibilità in senso metafisico: $\Box p$ ("necessariamente p") e $\Diamond p$ ("possibilmente p"). Nella letteratura fantastica, queste modalità si manifestano attraverso le leggi naturali che governano l'universo narrativo. In un racconto di fantascienza hard come quelli di Arthur C. Clarke o di Gregory Benford, le leggi della fisica del nostro universo sono tipicamente preservate, il che significa che determinati eventi sono necessariamente impossibili: non si possono superare velocità superluminali, l'entropia non può diminuire spontaneamente in sistemi isolati, e così via.

Formalmente, se indichiamo con L l'insieme delle leggi fisiche vigenti in un universo narrativo u, possiamo dire che un enunciato p è necessario in u se e solo se p è conseguenza logica dell'insieme L unito alle condizioni iniziali specificate nella narrazione. La consistenza interna dell'universo narrativo richiede che L sia un insieme coerente di proposizioni, ovvero che non sia possibile derivare contraddizioni da L. Autori come Isaac Asimov o Greg Egan sono celebri proprio per la meticolosa coerenza interna dei loro universi narrativi, dove ogni evento fantastico è rigorosamente derivabile da un insieme esplicito di assunzioni controfattuali rispetto al nostro universo.

Le modalità deontiche, espresse dagli operatori $O(p)$ ("è obbligatorio che p") e $P(p)$ ("è permesso che p"), hanno un ruolo cruciale nell'analisi dei sistemi etici e normativi che governano le società fittizie. Nella saga di Foundation di Asimov, il Codice della Prima Fondazione prescrive determinati obblighi agli agenti protagonisti; nel Ciclo di Dune di Frank Herbert, il Bene Gesserit opera secondo un complesso sistema di imperativi strategici e proibizioni genetiche. Una caratteristica notevole della letteratura fantastica è che spesso esplicita sistemi deontici alternativi rispetto a quelli vigenti nelle società reali, consentendo esperimenti mentali sulla struttura formale dell'etica.

Un caso particolarmente interessante è costituito dalle "Leggi della Robotica" asimoviane:

Prima Legge: Un robot non può recar danno a un essere umano né può permettere che, a causa del proprio mancato intervento, un essere umano riceva danno.

Seconda Legge: Un robot deve obbedire agli ordini impartiti dagli esseri umani, purché tali ordini non contravvengano alla Prima Legge.

Terza Legge: Un robot deve proteggere la propria esistenza, purché questa autodifesa non contrasti con la Prima o la Seconda Legge.

Queste leggi possono essere formalizzate in una logica deontica gerarchica dove esistono livelli di priorità tra obblighi. Indicando con $H(a, x)$ "l'azione a reca danno all'umano x", con $R(r, a)$ "il robot r compie l'azione a", e con O_i l'operatore deontico di livello i, possiamo scrivere:

$$O_1(\forall r \forall a \forall x (R(r, a) \rightarrow \neg H(a, x)))$$

$$O_2(\forall r \forall c (Comando(r, c) \rightarrow Esegue(r, c)) \mid \neg Viola(O_1))$$

$$O_3(\forall r Preserva(r, Esistenza(r)) \mid \neg Viola(O_1 \vee O_2))$$

dove il simbolo $\mid$ rappresenta la condizionalizzazione dell'obbligo. Asimov costruisce l'intera narrativa robotica esplorando i dilemmi che emergono dall'interazione di questi imperativi categorici, mostrando come situazioni concrete possano generare conflitti tra obblighi di livello diverso.

Le modalità epistemiche, espresse da operatori come $K_a(p)$ ("l'agente a sa che p") e $B_a(p)$ ("l'agente a crede che p"), sono essenziali per analizzare la struttura informazionale delle narrazioni, particolarmente rilevante nella fantascienza. In romanzi come "Neuromancer" di William Gibson o "Snow Crash" di Neal Stephenson, la distinzione tra realtà virtuale e realtà fisica, tra informazione autentica e informazione manipolata, costituisce il nucleo tematico centrale. La logica epistemica consente di formalizzare le asimmetrie informative tra personaggi, i processi di acquisizione della conoscenza e i paradossi del sapere che spesso animano le trame fantascientifiche.

Un esempio paradigmatico è costituito dal "paradosso del nonno" nei racconti di viaggio nel tempo. Se un agente a viaggia indietro nel tempo e impedisce la propria nascita, otteniamo:

$$K_a(AvvenutaNascita(a, t_0)) \text{ al tempo } t_1 > t_0$$

$$\neg Avvenuta(Nascita(a, t_0)) \text{ dopo l'intervento di a al tempo } t_2, \text{ con } t_2 < t_0$$

La contraddizione emerge dal fatto che a possiede conoscenza di un evento (la propria nascita) che successivamente impedisce, generando un'inconsistenza temporale. Diverse opere di fantascienza risolvono questo paradosso postulando universi paralleli o linee temporali alternative, soluzione che analizzeremo approfonditamente nella sezione dedicata alla semantica di Lewis.

4. Sistemi modali e proprietà formali: K, T, S4, S5 e la loro applicazione agli universi narrativi

I diversi sistemi di logica modale si distinguono per le proprietà formali che assumono sulla relazione di accessibilità R tra mondi possibili. Il sistema modale più debole, chiamato K in onore di Saul Kripke, include soltanto l'assioma di distribuzione:

$$\text{Assioma K: } \Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$$

Questo assioma afferma che se necessariamente p implica q, allora dall'essere p necessario segue che anche q è necessario. Si tratta di una proprietà minimale di razionalità modale, valida in virtù della definizione stessa dell'operatore di necessità. Il sistema K non impone alcuna restrizione sulla relazione di accessibilità R, che può essere completamente arbitraria.

Il sistema T aggiunge l'assioma:

Assioma T: $\Box p \rightarrow p$

che afferma che tutto ciò che è necessario è anche attuale. Semanticamente, questo corrisponde a richiedere che la relazione R sia riflessiva: ogni mondo è accessibile da se stesso. L'assioma T è appropriato per modalità aletiche, dove la necessità implica la verità, ma può essere problematico per modalità deontiche (non tutto ciò che è obbligatorio è effettivamente realizzato) o epistemiche (non tutto ciò che un agente crede vero è effettivamente vero).

Il sistema S4 aggiunge all'assioma T l'assioma:

Assioma 4: $\Box p \rightarrow \Box \Box p$

che afferma che se qualcosa è necessario, allora è necessariamente necessario. Semanticamente, questo corrisponde a richiedere che R sia transitiva: se w_1 accede a w_2 e w_2 accede a w_3 , allora w_1 accede a w_3 . Questo sistema è appropriato per modalità come la conoscenza (se so qualcosa, so di saperlo, almeno idealmente) e per necessità metafisiche.

Il sistema S5, il più forte tra quelli comunemente usati, aggiunge l'assioma:

Assioma 5: $\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p$

richiedendo che R sia una relazione di equivalenza (riflessiva, simmetrica e transitiva). In S5, tutti i mondi sono mutuamente accessibili, e la distinzione tra necessità e verità in tutti i mondi collassa. Questo sistema è appropriato per modalità logiche, dove la possibilità logica è assoluta e invariante.

Applicati all'analisi della letteratura fantastica, questi diversi sistemi modali catturano diverse concezioni della struttura dello spazio dei mondi narrativi. Un universo narrativo che segue le leggi della fisica classica richiederebbe almeno S4, poiché le leggi naturali sono necessarie (se valgono, valgono necessariamente) e transitive. Un universo con magia, invece, potrebbe richiedere soltanto K o T, poiché le "leggi" magiche potrebbero essere contingenti o non-transitive (un incantesimo potrebbe essere possibile in determinate circostanze ma non in altre derivate da quelle).

Consideriamo per esempio il sistema magico di "The Name of the Wind" di Patrick Rothfuss, dove la magia simpatetica richiede un collegamento tra oggetti per trasferire energia. Se indichiamo con $C(x, y)$ "esiste un collegamento simpatetico tra x e y" e con $T(E, x, y)$ "è possibile trasferire energia E da x a y", potremmo avere:

$C(x, y) \rightarrow \Diamond T(E, x, y)$

ma non necessariamente:

$C(x, y) \rightarrow \Box T(E, x, y)$

poiché altre condizioni (disponibilità di energia, concentrazione mentale del mago, interferenze) potrebbero impedire il trasferimento anche in presenza del collegamento.

Questo suggerisce un sistema modale più debole di S4, forse soltanto T o addirittura K, per catturare la contingenza intrinseca dei fenomeni magici.

5. Mondi possibili e mondi narrativi: l'adattamento della semantica kripkiana alla finzione letteraria

L'applicazione diretta della semantica dei mondi possibili alla letteratura fantastica richiede alcune modificazioni teoriche sostanziali. Mentre nella logica modale standard i mondi possibili sono intesi come descrizioni massimalmente consistenti e complete dello stato dell'universo (per ogni proposizione p , in un mondo possibile vale p oppure $\neg p$, tertium non datur), i mondi narrativi sono tipicamente incompleti: ci sono innumerevoli proposizioni per le quali il testo non stabilisce alcun valore di verità.

Per esempio, "Il Signore degli Anelli" non specifica quante foglie ci sono sull'albero di fronte alla casa di Bilbo il 22 settembre 3018 della Terza Era. Non c'è alcuna risposta corretta a questa domanda all'interno dell'universo narrativo tolkieniano, né si può legittimamente dire che ci sia un "fatto della questione" che il testo semplicemente non menziona. L'incompletezza non è un difetto della narrazione, ma una caratteristica essenziale della finzione letteraria: i testi specificano soltanto i dettagli narrativamente rilevanti, lasciando il resto indeterminato.

David Lewis, nella sua analisi del discorso controfattuale esposta in "Counterfactuals" del 1973 e approfondita in "Truth in Fiction" del 1978, ha proposto di trattare i mondi narrativi non come singoli mondi possibili completi, ma come classi di mondi possibili che realizzano collettivamente tutte le proposizioni esplicitamente o implicitamente affermate nel testo. Un enunciato p è vero nella finzione f se e solo se p è vero in tutti i mondi possibili che appartengono alla classe W_f caratterizzata da f .

Questa soluzione solleva immediatamente la questione: come determiniamo quali mondi appartengono a W_f ? Lewis propone un criterio di somiglianza al mondo attuale: i mondi in W_f sono quelli che rendono vere tutte le proposizioni esplicitamente narrate in f e che sono per il resto il più simili possibile al mondo attuale. Questo principio, chiamato "Reality Principle" da Lewis, cattura l'intuizione che quando leggiamo una finzione, assumiamo tacitamente che tutto funzioni come nel nostro mondo, eccetto per le differenze esplicitamente stabilite dal testo.

Per esempio, quando leggiamo "Il Signore degli Anelli", assumiamo che gli hobbit abbiano apparati digestivi, sistemi circolatori, metabolismi cellulari simili ai nostri, anche se Tolkien non descrive mai esplicitamente questi dettagli anatomici. Assumiamo che valgano le leggi dell'aritmetica (se Frodo ha due mele e Sam ne ha tre, insieme hanno cinque mele), le leggi della logica proposizionale elementare, i principi della psicologia del senso comune, e così via. Queste assunzioni tacite riempiono le lacune del testo attraverso un processo di importazione di tratti dal mondo reale.

Tuttavia, il Reality Principle richiede ulteriori raffinamenti, poiché non tutte le caratteristiche del mondo reale devono essere importate negli universi fantastici. In particolare, le verità puramente contingenti del nostro mondo (fatti storici, geografici, biografici specifici) non dovrebbero essere automaticamente assunte valide nelle finzioni, a meno che non siano

esplicitamente incorporate. Se un romanzo fantasy menziona draghi ma non menziona Roma antica, non dobbiamo assumere che in quell'universo sia esistito un impero romano.

Nicholas Wolterstorff, in "Works and Worlds of Art" del 1980, ha proposto una distinzione tra diverse classi di proposizioni importabili dal mondo reale agli universi narrativi:

1. Verità logiche e matematiche: sempre importabili ($2 + 2 = 4$ in ogni universo narrativo, a meno di esplicite specifiche contrarie).
2. Leggi naturali: importabili di default, ma frequentemente modificate nella letteratura fantastica (magia, superpoteri, viaggi temporali).
3. Generalizzazioni psicologiche: importabili di default (i personaggi provano emozioni, ragionano, hanno desideri) con possibili eccezioni (alieni con psicologie radicalmente diverse).
4. Fatti contingenti generali: importabili con cautela (gli oggetti hanno massa, gli esseri viventi hanno metabolismi).
5. Fatti contingenti specifici: non importabili automaticamente (eventi storici, personaggi reali, luoghi geografici del nostro mondo).

Questa gerarchia di importabilità consente di risolvere molti casi problematici. Quando Arthur C. Clarke in "2001: Odissea nello spazio" descrive un monolite alieno sulla Luna, non dobbiamo assumere che nell'universo narrativo valgano tutti i fatti storici del ventesimo secolo reale, ma possiamo legittimamente assumere che valgano le leggi della fisica (gravitazione, termodinamica) e della psicologia umana di base (gli astronauti provano curiosità, paura, stupore).

6. Il problema delle finzioni impossibili e delle contraddizioni narrative

Una difficoltà particolarmente acuta per la semantica dei mondi possibili applicata alla letteratura è costituita dalle cosiddette "finzioni impossibili": narrazioni che descrivono situazioni logicamente contraddittorie o metafisicamente impossibili. Esempi celebri includono i racconti di viaggio nel tempo con paradossi causali irrisolvibili, universi con geometrie non-euclidee localmente incoerenti, o storie che esplicitamente violano principi logici fondamentali.

Un caso paradigmatico è costituito dal racconto "By His Bootstraps" di Robert Heinlein, dove il protagonista interagisce con versioni temporalmente distinte di se stesso in modi che generano loop causali chiusi senza origine determinabile. Il protagonista Bob Wilson riceve istruzioni da un misterioso individuo che si rivela essere una versione futura di se stesso, che a sua volta aveva ricevuto le stesse istruzioni da una versione ancora più futura, generando una catena causale circolare priva di un primo anello.

Formalmente, questo scenario può essere rappresentato come:

Azione(Wilson, t_1) è causata da Azione(Wilson, t_2) Azione(Wilson, t_2) è causata da Azione(Wilson, t_3) Azione(Wilson, t_3) è causata da Azione(Wilson, t_1)

dove $t_1 < t_2 < t_3$ secondo l'ordine temporale soggettivo di Wilson, ma la relazione causale forma un ciclo. Questo viola il principio di bene-fondatezza della causalità, secondo cui ogni catena causale deve terminare in cause prime non ulteriormente causate.

Graham Priest, in "Towards Non-Being" del 2005, ha proposto di trattare le finzioni impossibili attraverso logiche paraconsistenti, sistemi formali che tollerano contraddizioni locali senza collassare nella trivialità (il principio ex contradictione quodlibet, secondo cui da una contraddizione segue qualunque cosa). Nelle logiche paraconsistenti, possiamo avere simultaneamente p e $\neg p$ veri senza che questo implichi che ogni proposizione sia vera.

Una particolare logica paraconsistente adatta alla finzione è la logica LP (Logic of Paradox) di Priest, dove le proposizioni possono assumere tre valori: vero (V), falso (F), o entrambi vero e falso (B). Un enunciato è accettato (designated) se è almeno vero, quindi sia V che B sono valori designati. Le tavole di verità per la negazione e la congiunzione sono:

Negazione: $\neg V = F$ $\neg F = V$
 $\neg B = B$

Congiunzione: $V \wedge V = V$ $V \wedge B = B$ $V \wedge F = F$ $B \wedge B = B$ $B \wedge F = F$ $F \wedge F = F$

In questo sistema, una contraddizione $p \wedge \neg p$ può essere vera (assumendo valore B) senza che questo implichi che ogni proposizione sia vera. Questo consente di modellare finzioni che contengono contraddizioni localizzate mantenendo comunque una struttura logica complessiva coerente.

Tuttavia, la soluzione di Priest rimane controversa. Molti teorici della finzione, incluso Lewis, sostengono che le apparenti finzioni impossibili debbano essere reinterpretate come finzioni possibili maldescritte. Nel caso dei paradossi temporali, per esempio, si può postulare che il viaggio nel tempo generi ramificazioni dell'universo in linee temporali parallele, ciascuna internamente consistente. In questo quadro interpretativo, quando Wilson viaggia indietro nel tempo, non altera il proprio passato ma crea (o si sposta in) una linea temporale alternativa dove una versione di sé più giovane riceve le istruzioni da lui.

Questo approccio, basato sull'interpretazione a molti mondi della meccanica quantistica applicata al viaggio temporale, è stato sviluppato narrativamente in opere come "The Man Who Folded Himself" di David Gerrold e teoricamente da filosofi come David Deutsch in "The Fabric of Reality". La chiave è distinguere tra:

- Tempo personale (τ): l'ordinamento temporale soggettivo esperito dal viaggiatore
- Tempo esterno (t): l'ordinamento temporale oggettivo nei singoli universi paralleli
- Indice di mondo (w): l'identificatore dell'universo parallelo specifico

Un evento E può essere localizzato dalla tripla (τ, t, w) . Quando Wilson viaggia "indietro nel tempo", si ha:

$$E_1 = (\tau_1, t_1, w_1) \rightarrow E_2 = (\tau_2, t_2, w_2)$$

dove $\tau_1 < \tau_2$ ma $t_2 < t_1$ e $w_1 \neq w_2$

Questo preserva la consistenza causale all'interno di ciascun universo w , eliminando i loop causali genuinamente impossibili.

La scelta tra l'approccio paraconsistente di Priest e l'approccio dei mondi multipli non è puramente tecnica ma riflette concezioni filosofiche profonde sulla natura della finzione. L'approccio paraconsistente tratta le finzioni come costrutti puramente intensionali, liberi dai vincoli di possibilità che governano il mondo reale. L'approccio dei mondi multipli mantiene l'intuizione che ogni finzione descrive un possibile stato di cose, espandendo il dominio del possibile oltre i confini del nostro universo particolare.

Parte I: Introduzione e la semantica dei mondi possibili di Kripke applicata al fantasy e alla fantascienza

1. Introduzione: il problema filosofico della finzione narrativa

La letteratura fantastica pone alla filosofia e alla logica contemporanea un problema di straordinaria complessità teorica: come analizzare formalmente la struttura di universi che dichiaratamente non esistono nel mondo attuale, ma che possiedono nondimeno una coerenza interna rigorosa, una necessità narrativa intrinseca e una capacità sistematica di generare inferenze valide all'interno del proprio dominio ontologico? Quando John Ronald Reuel Tolkien descrive minuziosamente la geografia della Contea, le genealogie degli Hobbit, la filologia delle lingue elfiche, o quando Isaac Asimov delinea con precisione matematica le leggi della psicostoria e le dinamiche del crollo dell'Impero Galattico, questi autori non stanno semplicemente inventando in modo arbitrario e capriccioso, ma costruendo sistemi complessi governati da regole implicite ed esplicite che determinano con necessità logica cosa può o non può accadere all'interno di quei mondi narrativi.

La domanda filosofica fondamentale che emerge con urgenza teoretica diventa allora: esiste una grammatica logica dell'inesistente? Possono le strutture formali della logica modale, della semantica dei mondi possibili, della teoria dei controfattuali e della topologia matematica illuminare la struttura profonda, le regole generative e i vincoli costitutivi della narrativa fantastica? Il presente trattato si propone di dimostrare non soltanto che tale applicazione è possibile e legittima, ma che rappresenta un campo di ricerca filosoficamente fertile e tecnicamente sofisticato per comprendere simultaneamente sia la natura peculiare della finzione letteraria sia le potenzialità espressive ancora inesplorate dei sistemi logici formali contemporanei.

La letteratura fantastica, lungi dall'essere un semplice esercizio di immaginazione libera e svincolata da ogni vincolo, si rivela come un autentico laboratorio epistemologico privilegiato per testare sperimentalmente i limiti e le possibilità delle nostre grammatiche formali, costringendoci a ripensare radicalmente nozioni filosofiche fondamentali come necessità, possibilità, identità trans-mondiale, accessibilità tra stati di cose, consistenza logica e coerenza ontologica. Quando Ursula K. Le Guin costruisce l'arcipelago di Earthsea con le sue leggi magiche basate sul vero nome delle cose, sta implicitamente operando all'interno

di un sistema modale con proprietà metalogiche specifiche che possono essere formalizzate e studiate con gli strumenti della logica contemporanea.

2. Fondamenti della semantica kripkeana: strutture di frame e relazioni di accessibilità

La semantica dei mondi possibili, sviluppata sistematicamente da Saul Aaron Kripke nei suoi articoli seminali degli anni Cinquanta e Sessanta del Novecento, rappresenta una rivoluzione copernicana nel modo di concepire la logica modale e il significato degli operatori modali. Prima dell'intervento rivoluzionario di Kripke, gli operatori modali di necessità (rappresentato simbolicamente come $\Box$) e possibilità (rappresentato simbolicamente come $\Diamond$) venivano trattati principalmente attraverso sistemi assiomatici sintattici, seguendo l'approccio inaugurato da Clarence Irving Lewis nei suoi sistemi modali S1, S2, S3, S4 e S5, senza però una semantica intuitiva e matematicamente rigorosa che ne chiarisse il significato effettivo e le condizioni di verità.

L'intuizione geniale di Kripke consiste nell'interpretare gli operatori modali non come proprietà intrinseche delle proposizioni considerate isolatamente, ma come quantificatori esistenziali e universali su insiemi di situazioni alternative, che egli chiama tecnicamente "mondi possibili". In questa prospettiva radicalmente nuova, una proposizione è necessaria se e soltanto se risulta vera in tutti i mondi possibili accessibili dal mondo attuale, mentre una proposizione è possibile se e soltanto se risulta vera in almeno un mondo possibile accessibile dal mondo attuale. Questa semplice ma potentissima idea permette di dare un contenuto semantico preciso agli operatori modali e di studiare sistematicamente le loro proprietà logiche.

Formalmente, un frame kripkeano viene definito come una struttura matematica ordinata $F = \langle W, R \rangle$, dove W rappresenta un insieme non vuoto di mondi possibili (che possiamo pensare come situazioni complete e massimalmente consistenti che descrivono uno stato totale dell'universo), e R costituisce una relazione binaria di accessibilità definita su $W \times W$, che determina quali mondi sono accessibili da quali altri mondi. Quando scriviamo wRw' , intendiamo esprimere che il mondo possibile w' è accessibile dal mondo possibile w , ovvero che w' rappresenta una possibilità genuina dal punto di vista di w .

Un modello kripkeano completo viene poi definito come una struttura arricchita $M = \langle W, R, V \rangle$, dove V è una funzione di valutazione che assegna a ciascuna proposizione atomica p e a ciascun mondo w un valore di verità $V(p, w) \in \{\text{vero}, \text{falso}\}$. Questa funzione di valutazione viene poi estesa ricorsivamente a tutte le formule della logica modale secondo le seguenti clausole semantiche fondamentali:

Per i connettivi proposizionali classici, la semantica rimane invariata in ciascun mondo: $V(\neg\phi, w) = \text{vero}$ se e soltanto se $V(\phi, w) = \text{falso}$; $V(\phi \wedge \psi, w) = \text{vero}$ se e soltanto se $V(\phi, w) = \text{vero}$ e $V(\psi, w) = \text{vero}$; e così via per gli altri connettivi definibili classicamente.

Per gli operatori modali, invece, interviene crucialmente la relazione di accessibilità: $V(\Box\phi, w) = \text{vero}$ se e soltanto se per ogni mondo w' tale che wRw' , risulta $V(\phi, w') = \text{vero}$. In altri termini, una formula necessitata $\Box\phi$ è vera nel mondo w se e soltanto se ϕ è vera in tutti i mondi possibili accessibili da w . Dualmente, $V(\Diamond\phi, w) = \text{vero}$ se e soltanto se esiste almeno

un mondo w' tale che wRw' e $V(\varphi, w') = \text{vero}$. Una formula possibilitata $\Diamond\varphi$ è vera nel mondo w se e soltanto se φ è vera in almeno un mondo possibile accessibile da w .

Questa semantica elegante e intuitiva permette di catturare con precisione matematica l'idea preformale secondo cui la necessità corrisponde alla verità in tutte le alternative rilevanti, mentre la possibilità corrisponde alla verità in almeno una alternativa rilevante. La chiave interpretativa fondamentale risiede nella nozione di "accessibilità": non tutti i mondi possibili sono necessariamente accessibili da un dato mondo, e la struttura della relazione di accessibilità determina quali proprietà logiche soddisfa il sistema modale corrispondente.

3. Proprietà algebriche della relazione di accessibilità e sistemi modali corrispondenti

La semantica kripkeana rivela una corrispondenza profonda e matematicamente precisa tra proprietà algebriche della relazione di accessibilità R e assiomi del sistema modale corrispondente. Questa corrispondenza, studiata sistematicamente attraverso i cosiddetti "teoremi di completezza" e "teoremi di corrispondenza", costituisce uno dei risultati più eleganti della logica modale contemporanea e rivela la struttura algebrica sottostante ai diversi modi di concepire necessità e possibilità.

Se la relazione di accessibilità R è riflessiva, ovvero se per ogni mondo w risulta wRw (ogni mondo è accessibile da se stesso), allora il sistema modale corrispondente soddisfa l'assioma T: $\Box\varphi \rightarrow \varphi$. Questo assioma esprime l'idea intuitiva che ciò che è necessario è anche attuale: se qualcosa deve essere vero, allora è effettivamente vero. Questo corrisponde alla nozione alethica di necessità come verità in tutti i mondi possibili includendo il mondo attuale.

Se la relazione di accessibilità R è transitiva, ovvero se da wRw' e $w'Rw''$ segue wRw'' (se w'' è accessibile da w' che è accessibile da w , allora w'' è accessibile direttamente da w), allora il sistema modale corrispondente soddisfa l'assioma 4: $\Box\varphi \rightarrow \Box\Box\varphi$. Questo assioma, noto come assioma di introspezione positiva, esprime l'idea che se qualcosa è necessario, allora è necessariamente necessario: la necessità è trasparente a se stessa.

Se la relazione di accessibilità R è simmetrica, ovvero se da wRw' segue $w'Rw$ (l'accessibilità è reciproca), allora il sistema modale corrispondente soddisfa l'assioma B: $\varphi \rightarrow \Box\Diamond\varphi$. Questo assioma, chiamato anche assioma di Brouwer, esprime l'idea che ciò che è attuale è necessariamente possibile: se qualcosa è vero, allora in ogni mondo alternativo è possibile che quella cosa sia vera.

Se la relazione di accessibilità R è euclidea, ovvero se da wRw' e wRw'' segue $w'Rw''$ (se due mondi sono entrambi accessibili da un terzo, allora sono accessibili l'uno dall'altro), allora il sistema modale corrispondente soddisfa l'assioma 5: $\Diamond\varphi \rightarrow \Box\Diamond\varphi$. Questo assioma di introspezione negativa esprime l'idea che se qualcosa è possibile, allora è necessariamente possibile.

La combinazione di diverse proprietà algebriche genera i sistemi modali classici studiati nella tradizione logica: il sistema K (il sistema modale minimale, che richiede solo che R sia una relazione qualsiasi); il sistema T (che aggiunge la riflessività); il sistema S4 (che aggiunge riflessività e transitività); il sistema S5 (che richiede che R sia una relazione di

equivalenza, ovvero riflessiva, simmetrica e transitiva). Il sistema S5 è particolarmente importante perché in esso tutti i mondi sono mutualmente accessibili, eliminando la dipendenza dal mondo di valutazione: in S5, se qualcosa è possibile in un mondo, è possibile in tutti i mondi.

4. Applicazione della semantica kripkeana agli universi fantasy: il caso della Terra di Mezzo

Consideriamo ora l'applicazione sistematica di questa semantica formale a un universo narrativo concreto e riccamente articolato: la Terra di Mezzo di John Ronald Reuel Tolkien, come delineata principalmente ne "Il Signore degli Anelli" e ne "Il Silmarillion". L'universo tolkieniano non è semplicemente un mondo immaginario costruito ad libitum, ma un cosmo governato da leggi metafisiche precise che determinano cosa è possibile e cosa è necessario all'interno di quel dominio ontologico.

Possiamo costruire un modello kripkeano della Terra di Mezzo definendo l'insieme W dei mondi possibili come l'insieme di tutte le configurazioni coerenti della Terra di Mezzo che rispettano le leggi fondamentali stabilite da Ilúvatar (il dio creatore) attraverso la Musica degli Ainur. Il mondo attuale w_0 della narrazione corrisponde allo stato effettivo della Terra di Mezzo durante la Terza Era, quando Frodo Baggins intraprende la sua missione per distruggere l'Anello del Potere.

La relazione di accessibilità R può essere interpretata in molteplici modi filosoficamente interessanti, ciascuno dei quali cattura aspetti diversi della struttura modale dell'universo tolkieniano:

Una prima interpretazione metafisica concepisce wRw' come significante " w' è compatibile con le leggi metafisiche fondamentali che governano w ". In questa interpretazione, i mondi accessibili dal mondo attuale della narrazione sono tutti e soli quei mondi in cui le leggi stabilite da Ilúvatar rimangono valide: gli Elfi sono immortali, gli Uomini sono mortali, la magia opera secondo i principi stabiliti dalla Musica primordiale, i Valar non possono direttamente annullare il libero arbitrio delle creature razionali, eccetera. Questa interpretazione corrisponde alla necessità metafisica o nomologica all'interno dell'universo narrativo.

Una seconda interpretazione epistemica concepisce wRw' come significante " w' è compatibile con tutto ciò che è noto ai personaggi in w ". Per esempio, dal punto di vista epistemico di Gandalf all'inizio della Compagnia dell'Anello, sono accessibili sia mondi in cui Gollum è ancora vivo sia mondi in cui Gollum è morto, perché Gandalf non possiede informazione certa su questo fatto. Man mano che la narrazione procede e nuova informazione viene acquisita, l'insieme dei mondi epistemicamente accessibili si restringe progressivamente. Questa interpretazione permette di modellare formalmente la conoscenza e l'ignoranza dei personaggi usando la logica epistemica.

Una terza interpretazione deontica concepisce wRw' come significante " w' è compatibile con gli obblighi morali e i giuramenti vincolanti che valgono in w ". Nella Terra di Mezzo, i giuramenti hanno forza metafisica reale: il giuramento di Fëanor e dei suoi figli, per esempio, crea una necessità deontica che vincola le loro azioni future. Quando un personaggio giura

solennemente, sta restringendo l'insieme dei mondi deonticamente accessibili: sono accessibili solo quei mondi in cui il giuramento viene mantenuto o in cui le conseguenze della violazione del giuramento si manifestano. Gli Oathbreakers della Montagna, gli uomini che tradirono Isildur, sono condannati a rimanere come spiriti fino a quando non adempiono il loro giuramento, esemplificando concretamente la forza ontologica delle obbligazioni deontiche.

Consideriamo ora alcuni esempi concreti di ragionamento modale applicato alla Terra di Mezzo usando questa semantica formale. Sia p la proposizione "Sauron viene definitivamente sconfitto". Nel mondo attuale della narrazione w_0 , al momento in cui Frodo parte dalla Contea, questa proposizione non è ancora vera: $V(p, w_0) = \text{falso}$. Tuttavia, la proposizione $\Diamond p$ ("è possibile che Sauron venga definitivamente sconfitto") è vera in w_0 : $V(\Diamond p, w_0) = \text{vero}$, perché esiste almeno un mondo w' accessibile da w_0 in cui l'Anello viene distrutto e Sauron cade. Infatti, la narrazione stessa ci presenta questo mondo come quello che si realizza effettivamente.

Consideriamo ora la proposizione q : "Frodo può diventare fisicamente immortale come gli Elfi attraverso mezzi naturali". Questa proposizione è falsa in tutti i mondi accessibili da w_0 secondo l'interpretazione metafisica, perché viola una legge fondamentale della creazione: gli Uomini hanno ricevuto il "Dono di Ilúvatar", ovvero la mortalità, come caratteristica essenziale della loro natura. Quindi abbiamo $V(\Box \neg q, w_0) = \text{vero}$: è necessariamente falso che Frodo possa diventare naturalmente immortale come un Elfo. Anche quando Frodo viaggia verso Valinor alla fine della narrazione, non diventa immortale nel senso elfico, ma riceve piuttosto una prolungata guarigione prima di sperimentare eventualmente la morte secondo la natura umana.

Consideriamo invece la proposizione r : "Boromir cade in tentazione davanti all'Anello". Questa proposizione è vera nel mondo attuale della narrazione, ma non è necessariamente vera: esistono mondi accessibili in cui Boromir resiste alla tentazione. La narrazione stessa suggerisce questa contingenza attraverso il conflitto interiore di Boromir e il suo pentimento finale. Quindi $V(r, w_0) = \text{vero}$, ma $V(\Box r, w_0) = \text{falso}$ e $V(\Diamond \neg r, w_0) = \text{vero}$: è contingentemente vero che Boromir cada in tentazione, ovvero è possibile che non cada.

Un caso particolarmente interessante riguarda la proposizione s : "L'Anello può essere usato per il bene senza corrompere l'utilizzatore". Questa proposizione solleva questioni metafisiche profonde all'interno dell'universo tolkieniano. Gandalf esplicitamente afferma che anche se usasse l'Anello con intenzioni buone, diventerebbe terribile e tirannico. Questo suggerisce che $V(\Box \neg s, w_0) = \text{vero}$ secondo le leggi metafisiche della Terra di Mezzo: è necessariamente impossibile usare l'Anello per il bene senza essere corrotti. La natura stessa dell'Anello, forgiato attraverso un atto di dominio assoluto e investito della volontà di potenza di Sauron, rende metafisicamente impossibile il suo uso innocente. Questo rappresenta un vincolo modale rigido sull'universo narrativo.

5. Mondi ramificati e strutture temporali nella fantascienza: interpretazioni kripkeane del tempo

La fantascienza, particolarmente quella che esplora temi di viaggi temporali e universi paralleli, richiede un'estensione della semantica kripkeana standard per incorporare la

dimensione temporale e le strutture ramificate del tempo. In questi contesti narrativi, i mondi possibili non sono semplicemente alternativi statici, ma rappresentano diverse linee temporali che possono divergere in punti di biforcazione.

Possiamo modellare formalmente queste strutture usando frame kripkeani arricchiti temporalmente. Definiamo un frame temporale ramificato come una struttura $T = \langle W, <, H \rangle$, dove W è l'insieme dei mondi possibili interpretati ora come "momenti-mondo" (coppie ordinate di istanti temporali e configurazioni mondane), $<$ è una relazione di precedenza temporale su W che soddisfa le proprietà algebriche appropriate (transitività, irreflessività, connessione per momenti nello stesso ramo), e H è una funzione che assegna a ciascun momento-mondo w l'insieme $H(w)$ delle "storie" (rami temporali) che passano attraverso w .

Due momenti-mondo w_1 e w_2 appartengono alla stessa storia se e solo se sono temporalmente comparabili ($w_1 < w_2$ oppure $w_2 < w_1$ oppure $w_1 = w_2$) e non esistono punti di biforcazione tra loro che li separino in rami distinti. Un punto di biforcazione è un momento-mondo b tale che esistono due momenti-mondo futuri w_1 e w_2 con $b < w_1$, $b < w_2$, ma w_1 e w_2 appartengono a storie incompatibili (ovvero $H(w_1) \cap H(w_2)$ contiene solo momenti non posteriori a b).

Questa struttura permette di formalizzare rigorosamente il concetto di "universi paralleli" che divergono in certi punti critici della storia. Consideriamo il classico racconto di fantascienza "The Sound of Thunder" di Ray Bradbury, in cui un viaggiatore temporale che schiaccia accidentalmente una farfalla nel Cretaceo causa alterazioni drammatiche nella configurazione del presente quando ritorna. Possiamo modellare questa situazione come segue:

Sia w_0 il momento-mondo originale nel presente prima del viaggio temporale. Sia $w_{-65} \sqsubset_i \sqsubset_{io} \sqsubset_i$ il momento-mondo nel Cretaceo dove i viaggiatori temporali effettuano l'escursione. Esiste un ramo temporale h_1 che connette $w_{-65} \sqsubset_i \sqsubset_{io} \sqsubset_i$ a w_0 in cui la farfalla non viene schiacciata. Esiste però anche un ramo temporale alternativo h_2 che connette lo stesso momento passato $w_{-65} \sqsubset_i \sqsubset_{io} \sqsubset_i$ a un momento presente alternativo w_0^* in cui la farfalla è stata schiacciata e la storia successiva si è sviluppata diversamente.

Il punto di biforcazione cruciale b coincide esattamente con $w_{-65} \sqsubset_i \sqsubset_{io} \sqsubset_i$: fino a quel momento, le due storie h_1 e h_2 sono indistinguibili, ma dopo quel momento divergono irreversibilmente. La domanda metafisica profonda è: quando i viaggiatori "ritornano" al presente, a quale ramo ritornano? Nel racconto di Bradbury, ritornano al ramo h_2 , trovando un presente alterato. Questo implica che l'atto di viaggiare nel passato e schiacciare la farfalla non ha creato un nuovo ramo parallelo, ma ha piuttosto "commutato" l'universo dal ramo h_1 al ramo h_2 .

Possiamo formalizzare diversi modelli metafisici del viaggio temporale usando variazioni di questa struttura ramificata:

Nel modello a universo singolo con autoconsistenza (defenduto filosoficamente da David Lewis), non esistono veri punti di biforcazione: la struttura temporale forma un unico ramo, possibilmente con curve chiuse temporali (loops causali). In questo modello, qualunque cosa il viaggiatore temporale faccia nel passato era già sempre stata parte della storia univoca dell'universo. Se un viaggiatore tenta di uccidere suo nonno prima della nascita di

suo padre, deve necessariamente fallire, perché la sua esistenza dimostra che suo nonno sopravvisse. Questo modello soddisfa il "principio di autoconsistenza di Novikov": solo le configurazioni temporali autoconsistenti sono fisicamente possibili.

Nel modello a rami paralleli con biforcazione (esemplificato in molti racconti di fantascienza), i viaggi temporali creano effettivamente nuovi rami. Quando un viaggiatore torna indietro nel tempo e compie un'azione, l'universo si biforca in quel punto: in un ramo, l'azione non è stata compiuta e la storia procede come nella linea temporale originale; nell'altro ramo, l'azione è stata compiuta e la storia diverge. Il viaggiatore temporale si trova ora nel ramo alternativo e non può più ritornare al ramo originale. Questo modello evita i paradossi temporali permettendo inconsistenze tra rami diversi.

Nel modello a multiverso quantistico (ispirato dall'interpretazione a molti mondi della meccanica quantistica), tutti i rami coesistono simultaneamente come parti di una struttura universale più ampia. Ogni possibile storia è realizzata in qualche ramo, e i "viaggi temporali" sono in realtà transizioni tra rami. Non esiste un ramo privilegiato come "quello reale": tutti i rami sono ontologicamente equivalenti. Questo modello massimizza la democrazia ontologica tra i mondi possibili.

6. Sistemi modali fantasy-specifici: la logica della magia in Earthsea

Gli universi fantasy particolarmente sofisticati spesso incarnano sistemi modali con proprietà uniche che non corrispondono esattamente ai sistemi modali standard studiati in logica. Il ciclo di Earthsea di Ursula K. Le Guin fornisce un esempio magistrale di un universo fantasy con una metafisica modale distintiva che può essere formalizzata rigorosamente.

In Earthsea, la magia opera attraverso il principio del "vero nome": ogni cosa esistente possiede un vero nome nella Lingua Antica, e conoscere il vero nome di qualcosa conferisce potere su quella cosa. Questo principio metafisico genera una struttura modale peculiare che possiamo analizzare formalmente.

Possiamo costruire un frame kripkeano modificato per Earthsea definendo $F = \langle W, R, N \rangle$, dove W e R hanno il significato standard, mentre N è una funzione che assegna a ciascuna entità e in ogni mondo w un "vero nome" $N(e, w)$. Crucialmente, il vero nome di un'entità è rigido attraverso i mondi: se $N(e, w) = n$, allora per ogni mondo w' accessibile da w , risulta $N(e, w') = n$. Il vero nome è una proprietà essenziale dell'entità, non contingente.

La conoscenza del vero nome introduce un tipo speciale di operatore modale che potremmo indicare come $\Box$, dove $\Box\phi(e)$ significa "è necessariamente vero di e che ϕ , e questa necessità è accessibile attraverso la conoscenza del vero nome di e ". Formalmente: $V(\Box\phi(e), w) = \text{vero se e soltanto se l'agente che conosce } N(e, w) \text{ può rendere vero } \phi(e) \text{ in tutti i mondi accessibili attraverso l'esercizio della magia.}$

Questo operatore modale magico $\Box$ ha proprietà logiche distintive che lo distinguono dagli operatori modali standard:

Primo, $\Box$ non è monotono rispetto all'accessibilità epistemica: conoscere più veri nomi non garantisce monotonamente maggiore potere magico, perché la magia in Earthsea richiede equilibrio. Disturbare l'equilibrio del mondo può avere conseguenze catastrofiche. Quindi,

mentre formalmente $\Box\Box\phi$ implica logicamente $\Diamond\phi$ (se puoi rendere ϕ necessariamente vero magicamente, allora ϕ è possibile), l'esercizio di questo potere può essere pragmaticamente indesiderabile.

Secondo, $\Box\Box$ interagisce in modo peculiare con l'identità personale. Nel romanzo "The Farthest Shore", Ged spiega che usare la magia per alterare la propria identità profonda (per esempio, trasformarsi permanentemente in un animale) significa perdere il proprio vero nome e quindi la propria essenza. Formalmente, se un mago tenta di rendere vero $\neg(e = e^*)$ dove e^* è la sua identità essenziale, questa operazione cancella la validità di $\Box\Box$ per quell'agente: perde il potere magico perché perde il vero nome.

Terzo, il sistema modale di Earthsea include un principio di conservazione dell'equilibrio che possiamo formalizzare come un vincolo globale sui mondi accessibili. Definiamo una funzione di "equilibrio" $B: W \rightarrow \mathbb{R}$ che misura il grado di equilibrio del mondo (quanto la configurazione del mondo rispetta l'armonia naturale). Per ogni mondo w , l'insieme dei mondi accessibili magicamente da w attraverso $\Box\Box$ deve soddisfare: $\sum\{w' \in R(w) \mid \text{ottenibile tramite } \Box\Box\} B(w') \geq B(w) - \varepsilon$, dove ε è una tolleranza piccola. In altri termini, la magia non può ridurre drasticamente l'equilibrio totale del mondo. Quando i maghi nel terzo libro tentano di ottenere l'immortalità aprendo un varco tra il mondo dei vivi e il mondo dei morti, violano questo vincolo di conservazione, causando il degrado dell'equilibrio globale e il conseguente indebolimento di tutta la magia.

Un aspetto particolarmente interessante del sistema modale di Earthsea riguarda il trattamento della morte. Esiste un "muro" modale tra il mondo dei vivi e il regno dei morti: i mondi che rappresentano stati di morte non sono normalmente accessibili dai mondi che rappresentano stati di vita attraverso nessuna relazione di accessibilità naturale. La morte è una barriera modale assoluta. Tuttavia, i grandi maghi possono temporaneamente attraversare questo muro modale, come fa Ged per recuperare Tenar nel regno dei morti. Ma anche per loro, rimanere nel regno dei morti significherebbe la cessazione dell'esistenza come agenti nel mondo dei vivi.

Possiamo formalizzare questa struttura bipartita definendo $W = W_{\text{vivi}} \cup W_{\text{morti}}$, dove questi due sottoinsiemi sono disgiunti, e la relazione di accessibilità R soddisfa: per ogni $w \in W_{\text{vivi}}$ e $w' \in W_{\text{morti}}$, non- wRw' (i mondi dei morti non sono accessibili dai mondi dei vivi secondo la relazione modale naturale). Esiste però una relazione speciale di accessibilità magica R_{magia} tale che alcuni mondi dei vivi possono accedere temporaneamente ai mondi dei morti: per alcuni $w \in W_{\text{vivi}}$, esiste $w' \in W_{\text{morti}}$ con $wR_{\text{magia}}w'$. Ma crucialmente, non esiste un percorso che permetta di transitare permanentemente e rimanere come agente: la struttura è progettata per impedire la residenza permanente nel regno dei morti come entità vivente.

Questa analisi modale formale del sistema magico di Earthsea rivela che Le Guin non sta semplicemente inventando regole magiche arbitrarie, ma sta costruendo un sistema metafisico coerente con proprietà modali specifiche che generano conseguenze narrative necessarie. La progressione delle storie nel ciclo di Earthsea può essere vista come un'esplorazione sistematica delle implicazioni logiche di questi assiomi modali fondamentali.

Parte II: Controfattuali e logica condizionale negli universi narrativi alternativi

Il problema dei controfattuali nella filosofia analitica

I controfattuali rappresentano uno dei nodi più complessi della logica filosofica contemporanea. Quando affermiamo "se Hitler avesse vinto la seconda guerra mondiale, l'Europa sarebbe oggi un continente molto diverso", stiamo formulando un giudizio che non può essere verificato empiricamente, eppure sembra possedere un valore di verità determinato e una struttura inferenziale precisa. Il problema filosofico dei controfattuali fu posto con particolare acutezza da Nelson Goodman nel suo seminale "Fact, Fiction, and Forecast" del 1954, dove mostrava come la valutazione di tali enunciati dipendesse crucialmente dalla scelta delle leggi naturali e delle condizioni iniziali che manteniamo costanti nel passaggio dal mondo attuale al mondo ipotetico.

La letteratura fantastica, e in particolare quel genere narrativo che va sotto il nome di "storia alternativa" o "ucronia", può essere interpretata come una gigantesca esplorazione delle implicazioni dei controfattuali storici. Romanzi come "The Man in the High Castle" di Philip K. Dick, che immagina un mondo in cui l'Asse ha vinto la seconda guerra mondiale, o "Fatherland" di Robert Harris, che descrive una Germania nazista vittoriosa nel 1964, non sono semplici esercizi di immaginazione, ma veri e propri esperimenti di pensiero che testano la tenuta logica di determinati controfattuali storici attraverso lo sviluppo narrativo delle loro conseguenze.

La semantica dei mondi possibili per i condizionali controfattuali secondo David Lewis

David Lewis, nel suo monumentale "Counterfactuals" del 1973, propose una teoria semantica dei controfattuali basata sulla nozione di somiglianza tra mondi possibili. Secondo Lewis, un condizionale controfattuale della forma "Se fosse stato il caso che A, allora sarebbe stato il caso che C" (simbolicamente: $A \Box \rightarrow C$) è vero nel mondo attuale w se e solo se tutti i mondi A più vicini a w sono anche mondi C. La crucialità della teoria lewisiana risiede nella definizione di "vicinanza" o "somiglianza" tra mondi possibili.

Lewis propose una metrica di somiglianza articolata gerarchicamente. I mondi w_1 e w_2 sono tanto più simili quanto più condividono, nell'ordine: primo, l'assenza di grandi miracoli o violazioni delle leggi naturali; secondo, la massima coincidenza delle questioni particolari di fatto fino al tempo rilevante; terzo, l'assenza di piccoli miracoli; quarto, la massima coincidenza delle questioni particolari di fatto dopo il tempo rilevante. Questa gerarchia implica che preferiamo mondi che condividono le nostre leggi naturali a mondi che le violano massicciamente, anche se questi ultimi potessero essere identici al nostro in tutti i dettagli particolari.

Applicando questa struttura alla narrativa fantastica, possiamo interpretare ogni testo di fantascienza o fantasy come la specificazione di un particolare insieme di mondi possibili definiti da una metrica di somiglianza modificata rispetto a quella lewisiana standard. Un romanzo di fantascienza hard, come "The Martian" di Andy Weir, definisce mondi possibili

che differiscono dal nostro solo per questioni particolari di fatto, mantenendo identiche tutte le leggi fisiche fondamentali. La metrica di somiglianza implicita è quindi quasi identica a quella lewisiana: i mondi possibili della narrazione sono quelli più vicini al nostro compatibili con la premessa narrativa di base.

Al contrario, un'opera di high fantasy come "Il Signore degli Anelli" definisce un insieme di mondi possibili la cui metrica di somiglianza è radicalmente diversa. In questi mondi, le leggi naturali del nostro universo sono modificate per ammettere la magia, l'esistenza di razze senzienti non umane, e proprietà metafisiche degli oggetti che nel nostro mondo sarebbero impossibili. La questione filosoficamente interessante diventa allora: quale struttura formale possiamo dare a questa metrica modificata? È possibile specificare con precisione quali leggi sono violate e quali mantenute?

La teoria di Stalnaker e la funzione di selezione

Robert Stalnaker, in un articolo del 1968 intitolato "A Theory of Conditionals", propose un approccio alternativo basato sulla nozione di funzione di selezione. Secondo Stalnaker, per ogni mondo w e ogni proposizione A , esiste un unico mondo $f(A, w)$ che rappresenta il mondo più vicino a w in cui A è vera. Un controfattuale $A \square \rightarrow C$ è vero in w se e solo se C è vera in $f(A, w)$. La differenza cruciale rispetto a Lewis sta nell'unicità del mondo selezionato: mentre per Lewis possiamo avere una pluralità di mondi A ugualmente vicini a w , per Stalnaker la funzione di selezione individua sempre un unico mondo.

L'approccio di Stalnaker è particolarmente utile per analizzare quelle narrazioni fantastiche che presentano un singolo sviluppo alternativo ben definito a partire da una divergenza precisa dalla storia reale. Romanzi come "11/22/63" di Stephen King, che esplora le conseguenze di un impedimento dell'assassinio di Kennedy, possono essere interpretati come la specificazione di una particolare funzione di selezione f che, data la proposizione "Kennedy non viene assassinato a Dallas", seleziona un unico mondo possibile e ne traccia la storia conseguente.

La differenza tra l'approccio lewisiano e quello stalnakiano diventa particolarmente rilevante quando consideriamo narrazioni che esplorano esplicitamente la molteplicità dei mondi alternativi. Il concetto di "multiverso" nella fantascienza contemporanea, esemplificato da opere come "His Dark Materials" di Philip Pullman o dalla serie televisiva "Sliders", sembra richiedere un framework lewisiano in cui molteplici mondi possibili coesistono, piuttosto che una funzione di selezione che individua un unico mondo alternativo.

Controfattuali annidati e ramificazione temporale

Una complicazione ulteriore emerge quando consideriamo controfattuali annidati, cioè controfattuali valutati non nel mondo attuale ma in mondi già essi stessi controfattuali. Consideriamo la seguente catena di ragionamenti: "Se l'Impero Romano non fosse caduto, il Rinascimento non sarebbe avvenuto nel XV secolo. E se il Rinascimento non fosse avvenuto nel XV secolo, la rivoluzione scientifica del XVII secolo sarebbe stata ritardata di almeno due secoli." Questo ragionamento coinvolge la valutazione di un controfattuale ("la rivoluzione scientifica sarebbe stata ritardata") in un mondo già definito da un controfattuale ("l'Impero Romano non è caduto").

Lewis mostrò che la semantica dei controfattuali annidati richiede una struttura di mondi possibili stratificata, in cui la relazione di somiglianza tra mondi è essa stessa relativa al mondo di valutazione. Formalmente, abbiamo bisogno non di una singola relazione di somiglianza $\leq_w$ (dove w è il mondo attuale), ma di una famiglia di relazioni $\{\leq_v \mid v \text{ è un mondo possibile}\}$. Un controfattuale annidato $A \Box \rightarrow (B \Box \rightarrow C)$ è vero in w se e solo se tutti i mondi A più vicini a w secondo $\leq_w$ sono mondi in cui $B \Box \rightarrow C$ è vero, dove quest'ultimo controfattuale è valutato usando la relazione di somiglianza $\leq_v$ relativa al mondo v in questione.

Questa struttura formale è esattamente ciò che troviamo in narrazioni che esplorano ramificazioni multiple di storie alternative. La serie "The Man in the High Castle" di Amazon, espandendo il romanzo originale di Dick, introduce controfattuali annidati: in un mondo in cui l'Asse ha vinto, i personaggi scoprono film che mostrano mondi alternativi in cui gli Alleati hanno vinto, e in alcuni di questi mondi i personaggi immaginano a loro volta ulteriori alternative. La struttura narrativa riflette precisamente la stratificazione delle relazioni di somiglianza nei controfattuali annidati lewisiani.

Logica dei controfattuali e struttura narrativa

La logica dei controfattuali, come sviluppata da Lewis e Stalnaker, possiede una serie di proprietà formali che hanno conseguenze dirette per la struttura delle narrazioni fantastiche. Una proprietà fondamentale è la cosiddetta "chiusura sotto equivalenza logica dell'antecedente": se A e B sono logicamente equivalenti, allora $A \Box \rightarrow C$ è vero se e solo se $B \Box \rightarrow C$ è vero. Questa proprietà garantisce che la verità di un controfattuale dipenda solo dal contenuto proposizionale dell'antecedente, non dalla sua formulazione linguistica particolare.

Un'altra proprietà cruciale è la "regola del caso": se A è vera nel mondo di valutazione w , allora $A \Box \rightarrow C$ è vero in w se e solo se anche C è vero in w . Questo principio cattura l'intuizione che se l'antecedente di un controfattuale è già realizzato, il controfattuale si riduce a un semplice condizionale materiale. Nelle narrazioni alternative, questa regola corrisponde al principio che una volta stabilita una divergenza dalla storia reale, le conseguenze all'interno di quel mondo alternativo seguono la logica ordinaria di quel mondo, non la logica controfattuale.

Lewis dimostrò che la logica dei controfattuali non valida la transitività: può accadere che $A \Box \rightarrow B$ e $B \Box \rightarrow C$ siano entrambi veri in un mondo w , ma $A \Box \rightarrow C$ sia falso in w . Questo fenomeno corrisponde a ciò che i narratologi chiamano "effetto farfalla" nelle storie alternative: una piccola divergenza iniziale (A) può portare a una situazione intermedia (B) che a sua volta porta a una situazione finale (C), ma se immaginiamo direttamente la divergenza iniziale senza passare per lo stato intermedio, potremmo non arrivare necessariamente a C perché il percorso causale potrebbe ramificarsi diversamente.

Un esempio narrativo di questo fenomeno si trova in "The Sound of Thunder" di Ray Bradbury, dove un viaggiatore del tempo schiaccia accidentalmente una farfalla nel passato preistorico (A), causando piccole modifiche ecologiche (B) che si accumulano fino a cambiare l'esito di elezioni presidenziali nel presente (C). Ma se immaginiamo direttamente il cambiamento elettorale senza specificare il percorso causale attraverso le modifiche

ecologiche, potrebbero esserci molti altri mondi possibili egualmente vicini in cui lo schiacciamento della farfalla non porta a quel particolare risultato elettorale.

Controfattuali e impossibilia nella fantasy

Un caso limite particolarmente interessante per la logica dei controfattuali emerge quando l'antecedente è una proposizione impossibile, cioè falsa in tutti i mondi possibili. Come dovremmo valutare un controfattuale della forma "Se $2 + 2 = 5$, allora la matematica sarebbe completamente diversa"? Secondo la semantica standard di Lewis, se non esistono mondi possibili in cui A è vera, allora vacuamente tutti i mondi A più vicini a w (essendo l'insieme vuoto) sono mondi C , rendendo $A \Box \rightarrow C$ vero per qualunque C . Questo porterebbe al risultato controintuitivo che da un antecedente impossibile seguirebbe qualsiasi conseguente.

Alcuni filosofi hanno proposto di estendere la semantica dei mondi possibili includendo anche mondi impossibili, cioè mondi in cui le verità logiche o matematiche del nostro mondo possono essere false. Questa estensione, sebbene metafisicamente controversa, diventa quasi inevitabile quando tentiamo di analizzare formalmente certe opere di fantasy in cui le leggi della logica stessa sembrano essere sospese. Lewis Carroll, in "Through the Looking-Glass", presenta situazioni in cui il principio di non-contraddizione sembra violato, come quando Humpty Dumpty afferma di poter far significare alle parole ciò che vuole, o quando la Regina Bianca sostiene di credere "sei cose impossibili prima di colazione".

Se ammettiamo mondi impossibili nella nostra semantica, dobbiamo estendere la relazione di somiglianza per includere anche questi mondi. Una proposta naturale è che i mondi logicamente possibili siano sempre più vicini al mondo attuale di qualunque mondo logicamente impossibile, ma tra i mondi impossibili possiamo definire gradi di impossibilità: un mondo in cui fallisce una singola istanza del principio di non-contraddizione è più vicino al nostro di un mondo in cui la logica è completamente diversa.

Questa estensione permette di dare un senso formale a opere come "Flatland" di Edwin Abbott, dove la geometria dello spazio ha proprietà diverse dalla geometria euclidea del nostro mondo, o a racconti come "And He Built a Crooked House" di Robert Heinlein, dove una casa è costruita come un ipercubo in quattro dimensioni. In questi casi, non sono semplicemente le leggi fisiche a essere diverse, ma le stesse strutture matematiche dello spazio e del tempo, che nel nostro mondo sono necessarie (nel senso che seguono dalle verità logico-matematiche), vengono modificate.

Applicazione formale: analisi di "The Man in the High Castle"

Consideriamo ora un'applicazione dettagliata della logica dei controfattuali a un'opera specifica di narrativa alternativa. "The Man in the High Castle" di Philip K. Dick si basa sulla premessa controfattuale che l'Asse abbia vinto la seconda guerra mondiale. Possiamo formalizzare questa premessa come:

$A = \text{"Germania e Giappone vincono la seconda guerra mondiale"}$

Il romanzo esplora il mondo $f(A, w_0)$ dove w_0 è il mondo attuale. Dick specifica questo mondo con grande dettaglio: gli Stati Uniti sono divisi in una zona di occupazione giapponese sulla

costa ovest, una zona di occupazione nazista sulla costa est, e una zona neutrale nelle Montagne Rocciose. La domanda che possiamo porre filosoficamente è: dato A, quanto è inevitabile questa particolare configurazione geopolitica?

Secondo la semantica lewisiana, dovremmo chiederci quali sono tutti i mondi A più vicini a w_0 , e verificare se in tutti questi mondi troviamo la divisione tripartita degli Stati Uniti descritta da Dick. La risposta è probabilmente negativa: esistono molti modi diversi in cui potrebbe realizzarsi la vittoria dell'Asse, e non tutti porterebbero necessariamente a quella specifica divisione territoriale. Dick sta quindi selezionando un particolare mondo tra i molti mondi A più vicini, presumibilmente sulla base di considerazioni narrative ed estetiche oltre che di plausibilità storica.

Un elemento particolarmente interessante del romanzo è la presenza del libro interno "The Grasshopper Lies Heavy", scritto dal misterioso Hawthorne Abendsen, che descrive un mondo alternativo in cui gli Alleati hanno vinto la guerra. Questo libro rappresenta un controfattuale valutato all'interno del mondo controfattuale del romanzo stesso. Possiamo formalizzare:

$B = \text{"Gli Alleati vincono la seconda guerra mondiale"}$

All'interno del mondo $f(A, w_0)$, i personaggi considerano il controfattuale $B \square \rightarrow C$ per vari conseguenti C. La struttura narrativa richiede quindi una semantica di controfattuali annidati: dobbiamo valutare la verità di $B \square \rightarrow C$ non nel mondo attuale w_0 , ma nel mondo alternativo $f(A, w_0)$.

Secondo la semantica lewisiana stratificata, questo richiede una relazione di somiglianza $\leq_{\{f(A, w_0)\}}$ relativa al mondo alternativo. Un dettaglio cruciale è che il mondo descritto in "The Grasshopper Lies Heavy" non è identico al nostro mondo attuale w_0 , ma è anch'esso un mondo alternativo: gli Alleati vincono, ma la configurazione geopolitica risultante è diversa dalla storia reale (ad esempio, il Regno Unito emerge come superpotenza dominante invece degli Stati Uniti). Questo può essere interpretato formalmente nel modo seguente: il mondo $f(B, f(A, w_0))$ (cioè il mondo B più vicino al mondo controfattuale del romanzo) non coincide con w_0 , perché la metrica di somiglianza relativa a $f(A, w_0)$ è diversa dalla metrica relativa a w_0 .

Questa non-identità è filosoficamente significativa. Suggestisce che la struttura dello spazio dei mondi possibili, e in particolare le relazioni di somiglianza tra mondi, non è assoluta ma dipende dal punto di vista. Dal punto di vista del nostro mondo attuale, il mondo in cui gli Alleati vincono e gli Stati Uniti emergono come superpotenza è il più vicino. Ma dal punto di vista di un mondo in cui l'Asse ha vinto e la Germania nazista ha dominato per decenni, il mondo "più vicino" in cui gli Alleati vincono potrebbe essere significativamente diverso, perché le alternative considerate più plausibili dipendono dal contesto storico e controfattuale di partenza.

La logica dei plot ramificati

Molte narrazioni fantastiche contemporanee esplorano esplicitamente la struttura ramificata dei mondi possibili, presentando scelte dei personaggi che conducono a sviluppi narrativi differenti. Videogiochi narrativi come "Life is Strange", che include meccaniche di viaggio nel

tempo e scelte consequenziali, o romanzi ipertestuali come quelli della serie "Choose Your Own Adventure", incarnano letteralmente la struttura formale della semantica dei mondi possibili.

Possiamo formalizzare un plot ramificato come un grafo orientato (P, E, L) dove P è un insieme di punti narrativi, $E \subseteq P \times P$ è l'insieme degli archi che rappresentano transizioni narrative, e L è una funzione di etichettatura che associa a ogni punto narrativo una descrizione dello stato del mondo narrativo. Il punto iniziale $p_0 \in P$ rappresenta la situazione iniziale della narrazione, e ogni cammino da p_0 a un punto $p \in P$ rappresenta una possibile storia.

In questa struttura, possiamo interpretare gli operatori modali nel modo seguente: $\Box\phi$ ("necessariamente ϕ ") è vero in un punto narrativo p se ϕ è vero in tutti i punti accessibili da p , cioè tutti i punti che possono essere raggiunti seguendo archi da p . $\Diamond\phi$ ("possibilmente ϕ ") è vero in p se ϕ è vero in almeno un punto accessibile da p . Questa interpretazione cattura l'intuizione che ciò che è necessario in un certo punto della narrazione è ciò che deve accadere in tutti i possibili sviluppi futuri, mentre ciò che è possibile è ciò che può accadere in almeno uno sviluppo futuro.

Una narrazione ben costruita deve soddisfare certi vincoli di coerenza logica. Per esempio, se in un punto narrativo p è stabilito che un personaggio ha una certa proprietà ϕ , allora in tutti i punti futuri accessibili da p (che rappresentano sviluppi cronologicamente successivi), il personaggio deve continuare ad avere quella proprietà a meno che non sia esplicitamente narrato un cambiamento. Formalmente: se ϕ è vero in p e rappresenta un fatto compiuto immutabile, allora $\Box\phi$ deve essere vero in p .

Questo vincolo può essere violato in narrazioni che includono viaggio nel tempo o alterazione della storia. In "Back to the Future", quando Marty McFly altera gli eventi del passato, i fatti che erano veri nel futuro da cui proviene cessano di essere necessari, perché il cammino narrativo si è ramificato in una direzione diversa. La coerenza della narrazione richiede però che questa ramificazione sia esplicitamente marcata e spiegata tramite il meccanismo di viaggio nel tempo, non che avvenga arbitrariamente.

Controfattuali causali e determinazione narrativa

Un'ulteriore distinzione importante nella teoria dei controfattuali è quella tra controfattuali di dipendenza causale e controfattuali di backtracking. Un controfattuale backtracking è uno in cui alteriamo non solo l'evento specificato nell'antecedente, ma anche la sua storia causale. Per esempio: "Se Nixon avesse premuto il pulsante, ci sarebbe stata una guerra nucleare" è un controfattuale normale, mentre "Se Nixon avesse premuto il pulsante, deve esserci stato qualche evento che lo ha portato a una crisi psicologica" è un controfattuale backtracking.

Lewis sostenne che la semantica standard dei controfattuali valida i controfattuali normali ma non quelli backtracking, perché la metrica di somiglianza privilegia mondi che coincidono con il nostro nella storia passata ma possono divergere nel futuro, non mondi che modificano anche il passato per accomodare l'antecedente controfattuale. Questo riflette la nostra intuizione che le cause precedono gli effetti e non viceversa.

Tuttavia, nelle narrazioni che includono viaggio nel tempo o predestinazione, i controfattuali backtracking diventano rilevanti. In "The Terminator", se Kyle Reese non fosse stato mandato indietro nel tempo, John Connor non sarebbe nato, ma questo è un controfattuale backtracking perché modifica la storia causale passata di John Connor. La narrazione gestisce questa situazione postulando un loop temporale causalmente chiuso in cui l'evento futuro (l'invio di Kyle nel passato) è parte della catena causale che produce l'evento passato (la nascita di John).

Per formalizzare adeguatamente tali narrazioni, dobbiamo modificare la metrica di somiglianza lewisiana per permettere alterazioni della storia passata in certi casi specificati. Una proposta è introdurre una metrica parametrica $\leq_w^t$ dove t specifica un "punto di divergenza" temporale: i mondi possibili vengono ordinati per somiglianza privilegiando la coincidenza con w fino al tempo t , permettendo divergenze arbitrarie prima e dopo t . Una narrazione di viaggio nel tempo specifica implicitamente questo punto di divergenza quando il viaggiatore arriva nel passato.

Rilevanza filosofica dei controfattuali narrativi

L'analisi logica dei controfattuali nella letteratura fantastica non è un mero esercizio accademico, ma getta luce su questioni filosofiche fondamentali riguardanti la natura della causalità, della necessità storica e della contingenza. Le narrazioni di storia alternativa testano le nostre intuizioni su quali eventi storici fossero inevitabili e quali contingenti, su quali dipendenze causali sono solide e quali fragili.

Quando Philip K. Dick immagina una vittoria dell'Asse, ci costringe a chiederci: quanto delle istituzioni democratiche occidentali dipendeva dalla vittoria degli Alleati, e quanto era radicato in tendenze sociali più profonde? Quando Kim Stanley Robinson in "The Years of Rice and Salt" immagina un mondo in cui la peste nera ha sterminato il 99% della popolazione europea, ci costringe a considerare: quanto della modernità è dipeso specificamente dalla civiltà europea, e quanto avrebbe potuto emergere da altre civiltà?

Queste domande non hanno risposte puramente empiriche, perché riguardano controfattuali su larga scala che non possono essere testati sperimentalmente. La narrativa fantastica diventa quindi uno strumento epistemico per esplorare lo spazio modale della storia, rivelando quali assunzioni implicite facciamo sulla necessità e contingenza degli eventi storici. In questo senso, la letteratura di storia alternativa realizza esattamente ciò che i filosofi tentano di fare con gli esperimenti di pensiero: isolare variabili causali e testare le loro conseguenze in scenari ipotetici controllati.

La differenza cruciale è che mentre gli esperimenti di pensiero filosofici sono tipicamente brevi e schematici, le narrazioni letterarie possono esplorare le conseguenze dei loro controfattuali con ricchezza di dettaglio e per durate temporali estese, rivelando effetti a lungo termine e interazioni complesse tra variabili che non sono immediatamente evidenti. Un romanzo di storia alternativa è, in questo senso, un esperimento di pensiero esteso che testa la robustezza delle nostre intuizioni causali sotto pressione narrativa prolungata.

Fondamenti della semantica kripkeana

La semantica dei mondi possibili, sviluppata da Saul Kripke negli anni Sessanta del Novecento, rappresenta una rivoluzione nel modo di concepire la logica modale. Prima di Kripke, gli operatori modali di necessità ($\Box$) e possibilità ($\Diamond$) erano trattati mediante sistemi assiomatici la cui interpretazione rimaneva oscura. Kripke fornì invece un'interpretazione semantica chiara: una proposizione è necessaria se è vera in tutti i mondi possibili accessibili dal mondo attuale, mentre è possibile se è vera in almeno un mondo accessibile.

Formalmente, un modello di Kripke è una struttura $M = (W, R, V)$ dove W è un insieme non vuoto di mondi possibili, R è una relazione di accessibilità binaria su W , e V è una funzione di valutazione che assegna valori di verità alle proposizioni atomiche in ciascun mondo. La verità di una formula modale in un mondo w si definisce ricorsivamente:

- $M, w \models p$ se e solo se $w \in V(p)$ (per proposizioni atomiche p)
- $M, w \models \neg\phi$ se e solo se non $M, w \models \phi$
- $M, w \models \phi \wedge \psi$ se e solo se $M, w \models \phi$ e $M, w \models \psi$
- $M, w \models \Box\phi$ se e solo se per ogni w' tale che wRw' , $M, w' \models \phi$
- $M, w \models \Diamond\phi$ se e solo se esiste w' tale che wRw' e $M, w' \models \phi$

La relazione di accessibilità R cattura le relazioni strutturali tra mondi possibili. Diverse proprietà di R corrispondono a diversi sistemi di logica modale. Se R è riflessiva (per ogni w , wRw), otteniamo il sistema T dove vale l'assioma $\Box\phi \rightarrow \phi$ ("ciò che è necessario è vero"). Se R è transitiva (se wRw' e $w'Rw''$ allora wRw''), otteniamo il sistema K4 dove vale $\Box\phi \rightarrow \Box\Box\phi$. Se R è sia riflessiva che transitiva, otteniamo il sistema S4. Se inoltre R è simmetrica (se wRw' allora $w'Rw$), otteniamo il sistema S5 dove tutti i mondi sono mutuamente accessibili.

Applicazione agli universi narrativi: il caso di Tolkien

Consideriamo la Terra di Mezzo di J.R.R. Tolkien come un mondo possibile w_{TdM} all'interno di uno spazio modale più ampio. Possiamo costruire un modello di Kripke dove W include w_{TdM} insieme ad altri mondi possibili che rappresentano variazioni, espansioni o alternative alla Terra di Mezzo.

La relazione di accessibilità R può essere interpretata come "essere una variazione narrativamente ammissibile di". Così, w_0Rw_1 significa che w_1 è accessibile da w_0 nel senso che rappresenta una possibile variazione della storia narrata in w_0 che rispetta i vincoli fondamentali del mondo tolkieniano.

Per esempio, sia w_{TdM} il mondo della narrazione canonica del "Signore degli Anelli". Consideriamo la proposizione ϕ = "Frodo distrugge l'Anello". Nel mondo w_{TdM} , ϕ è vera. Ma è necessaria? In termini modali, dobbiamo chiederci: è vero che $\Box\phi$ in w_{TdM} ?

La risposta dipende da come definiamo R . Se R include solo mondi che rispettano rigorosamente la narrazione canonica, allora sì, $\Box\phi$ è vero: in tutti i mondi accessibili da w_{TdM} , Frodo distrugge l'Anello. Ma se R include mondi che rappresentano possibilità narrative alternative (cosa sarebbe successo se Frodo avesse ceduto al potere dell'Anello?), allora $\Box\phi$ è falso, mentre $\Diamond\neg\phi$ è vero: è possibile che Frodo non distrugga l'Anello.

Questa ambiguità riflette un'ambiguità genuina nella narrativa: la differenza tra necessità narrativa (ciò che deve accadere per rispettare la trama effettivamente narrata) e possibilità controfattuale (ciò che avrebbe potuto accadere in circostanze alternative). Kripke ci fornisce gli strumenti per distinguere rigorosamente questi due sensi di "possibilità".

Mondi possibili come rappresentazioni di finzioni

Nel contesto della filosofia della letteratura, diversi filosofi hanno proposto di identificare opere di finzione con insiemi di mondi possibili. Secondo questa visione, un'opera di finzione F determina un insieme di mondi $W_F \subseteq W$ tale che $w \in W_F$ se e solo se w "realizza" la finzione F , ovvero tutto ciò che è esplicitamente affermato in F è vero in w .

Tuttavia, questa caratterizzazione è troppo semplice. Le opere di finzione sono sempre sottodeterminate: non specificano tutti i dettagli del mondo che descrivono. Tolkien non ci dice quanti capelli aveva Gandalf o quale fosse esattamente la popolazione di Minas Tirith. Di conseguenza, W_F include molti mondi che differiscono su questi dettagli non specificati ma concordano su tutto ciò che è esplicitamente narrato.

Possiamo raffinare questa analisi introducendo una relazione di indifferenza narrativa $\approx_F$ tra mondi: $w_1 \approx_F w_2$ se e solo se w_1 e w_2 concordano su tutte le proposizioni esplicitamente affermate o logicamente implicate dalla finzione F , anche se possono differire su dettagli non specificati.

Allora W_F è partizionato in classi di equivalenza rispetto a $\approx_F$. Ogni classe di equivalenza rappresenta un modo massimalmente specifico di "completare" la finzione sottodeterminata F . La finzione stessa non identifica un singolo mondo, ma una regione nello spazio dei mondi possibili.

Il problema dell'identità trans-mondiale: chi è Gandalf?

Una questione filosofica profonda riguarda l'identità di individui attraverso mondi possibili diversi. Quando diciamo che "Gandalf esiste nella Terra di Mezzo", e poi consideriamo un mondo possibile alternativo w' dove "la missione di Frodo fallisce", e parliamo di cosa accade a Gandalf in w' , stiamo implicitamente assumendo che esiste un'entità - Gandalf - che esiste in entrambi i mondi w_{TdM} e w' .

Ma cosa garantisce che il "Gandalf" di w' sia lo stesso individuo del "Gandalf" di w_{TdM} ? Kripke stesso affrontò questo problema nel contesto della metafisica, distinguendo tra essenzialismo (un individuo ha certe proprietà essenziali che lo identificano in tutti i mondi dove esiste) e controessenzialismo (l'identità trans-mondiale è convenzionale).

Nel contesto narrativo, possiamo adottare un approccio essenzialista moderato: Gandalf è definito da certe proprietà essenziali (essere un Istari, essere stato inviato da Valinor, avere certi poteri e certe limitazioni), mentre altre proprietà sono accidentali (precisamente quando arriva nella Contea, quali azioni specifiche compie). Un mondo w' contiene Gandalf se e solo se esiste un individuo in w' che possiede tutte le proprietà essenziali di Gandalf.

Formalmente, possiamo introdurre funzioni di trasporto trans-mondiale. Per ogni coppia di mondi accessibili $w, w' \in W$ con wRw' , definiamo una funzione parziale $\tau_{ww'}: D_w \rightarrow D_{w'}$

dove D_w è il dominio degli individui esistenti in w . La funzione $\tau_{ww'}(x) = y$ significa che l'individuo x in w corrisponde all'individuo y in w' . Questa funzione è parziale perché non tutti gli individui esistono in tutti i mondi (Gandalf esiste nella Terra di Mezzo ma non nel nostro mondo attuale).

Le proprietà essenziali di un individuo x sono quelle preservate da tutte le funzioni di trasporto: ϕ è essenziale per x se per ogni w' accessibile da w , se $\tau_{ww'}(x)$ è definito, allora $\phi(\tau_{ww'}(x))$ è vero in w' .

Logiche modali quantificate e universi narrativi

La semantica di Kripke può essere estesa per includere quantificatori che variano su domini che cambiano da mondo a mondo. In una logica modale quantificata, abbiamo formule come $\forall x \Box \phi(x)$ ("per ogni individuo x , necessariamente $\phi(x)$ ") e $\Box \forall x \phi(x)$ ("necessariamente, per ogni individuo $\phi(x)$ ").

Questi due formule non sono equivalenti quando i domini variano. La prima afferma che ogni individuo che esiste (in qualche mondo accessibile) ha necessariamente la proprietà ϕ . La seconda afferma che necessariamente, tutti gli individui (che esistono in quel mondo) hanno ϕ . La differenza è sottile ma importante.

Nel contesto narrativo, consideriamo la proposizione "Tutti gli elfi sono immortali". Nella Terra di Mezzo, questo può essere interpretato come $\forall x(\text{Elfo}(x) \rightarrow \text{Immortale}(x))$. Ma è questo necessariamente vero? Dipende: stiamo chiedendo se è una legge metafisica della Terra di Mezzo che tutti gli elfi sono immortali (nel qual caso $\Box \forall x(\text{Elfo}(x) \rightarrow \text{Immortale}(x))$), oppure se ogni particolare elfo che esiste è necessariamente immortale ($\forall x(\text{Elfo}(x) \rightarrow \Box \text{Immortale}(x))$)?

Tolkien suggerisce la prima interpretazione: è parte della natura metafisica della Terra di Mezzo che gli elfi, in quanto specie, sono immortali. Ma potrebbe esistere un mondo alternativo accessibile dove questa legge è diversa? Se ammettiamo mondi molto divergenti come accessibili, forse sì. Se restringiamo l'accessibilità a mondi che preservano le leggi metafisiche fondamentali della Terra di Mezzo, allora no.

Questa tensione riflette la distinzione tra necessità nomologica (necessaria date le leggi di natura di quel mondo) e necessità metafisica (necessaria in virtù della natura essenziale degli individui e delle proprietà). Nella Terra di Mezzo, l'immortalità elfica è nomologicamente necessaria, ma forse non metafisicamente necessaria se consideriamo mondi con ontologie radicalmente diverse.

Assiomatizzazione di universi narrativi specifici

Possiamo tentare di assiomatizzare rigorosamente un universo narrativo specificando:

1. Il dominio D : l'insieme degli individui che esistono
2. Le proprietà primitive $P_1, P_2, \dots, P_n$
3. Le relazioni primitive $R_1, R_2, \dots, R_m$
4. Gli assiomi $A_1, A_2, \dots, A_k$ che specificano le leggi del mondo

Per la Terra di Mezzo, un'assiomatizzazione parziale potrebbe includere:

(A1) $\forall x(\text{Elfo}(x) \rightarrow \text{Immortale}(x))$ "Tutti gli elfi sono immortali"

(A2) $\forall x(\text{Uomo}(x) \rightarrow \text{Mortale}(x))$ "Tutti gli uomini sono mortali"

(A3) $\forall x \forall y (\text{Elfo}(x) \wedge \text{Uomo}(y) \rightarrow \neg \text{Stessa-Specie}(x,y))$ "Elfi e uomini sono specie diverse"

(A4) $\exists x(\text{Anello-Unico}(x) \wedge \forall y(\text{Anello-Unico}(y) \rightarrow y = x))$ "Esiste un unico Anello Unico"

(A5) $\forall x(\text{Anello-Unico}(x) \rightarrow (\text{Possiede}(\text{Sauron}, x) \vee \Diamond \text{Distrutto}(x)))$ "L'Anello Unico è posseduto da Sauron o può essere distrutto"

E così via. Ogni assioma cattura una verità fondamentale del mondo tolkieniano. L'insieme completo degli assiomi definirebbe precisamente quali mondi possibili contano come "variazioni ammissibili" della Terra di Mezzo.

Un mondo possibile w soddisfa la teoria T_TdM (l'insieme di tutti gli assiomi della Terra di Mezzo) se tutte le formule in T_TdM sono vere in w . L'insieme di tutti i modelli di T_TdM costituisce lo spazio modale della Terra di Mezzo: tutti i modi possibili in cui il mondo tolkieniano avrebbe potuto essere, compatibilmente con le sue leggi fondamentali.

Completezza e incompletezza delle finzioni

Un aspetto interessante è che nessuna finzione, per quanto dettagliata, è completamente specificata. Ci saranno sempre proposizioni ϕ tali che né ϕ né $\neg\phi$ sono determinate dalla finzione. Nella terminologia logica, la teoria T_F associata a una finzione F è incompleta.

Per esempio, consideriamo la proposizione "Gandalf aveva esattamente 17.384 capelli bianchi sulla testa il giorno in cui arrivò nella Contea all'inizio del Signore degli Anelli". Tolkien non specifica questo dettaglio. Di conseguenza, né questa proposizione né la sua negazione sono derivabili dalla teoria T_TdM .

Ciò significa che esistono almeno due modelli di T_TdM : uno dove Gandalf aveva esattamente 17.384 capelli, e uno dove ne aveva un numero diverso. Entrambi i mondi sono egualmente "fedeli" alla narrazione tolkieniana, perché Tolkien ha lasciato questo dettaglio indeterminato.

La teoria dei modelli fornisce strumenti per studiare questa indeterminatezza. Il teorema di completezza di Gödel afferma che una teoria è completa (per ogni ϕ , o ϕ o $\neg\phi$ è derivabile) se e solo se ha un unico modello a meno di isomorfismo. Poiché le finzioni hanno molteplici modelli non isomorfi (differenti sui dettagli non specificati), sono intrinsecamente incomplete.

Alcuni teorici della letteratura hanno visto questa incompletezza come un difetto: le finzioni "hanno buchi" nella loro ontologia. Ma possiamo anche vederla positivamente: l'incompletezza permette flessibilità interpretativa e lascia spazio all'immaginazione del lettore. I "buchi" ontologici non sono bug, ma feature: permettono a ciascun lettore di "completare" mentalmente la finzione in modi leggermente diversi.

Modalità multiple e gerarchie di necessità

In universi narrativi complessi, possono esistere molteplici modalità con diversi gradi di necessità. Nella Terra di Mezzo, possiamo distinguere:

Necessità logica ($\Box_L$): ciò che è vero in virtù della logica pura. Per esempio, $\Box_L(\text{Gandalf} = \text{Gandalf})$.

Necessità metafisica ($\Box_M$): ciò che è vero in virtù della natura essenziale delle cose. Per esempio, $\Box_M(\text{Elfo}(\text{Legolas}) \rightarrow \text{Immortale}(\text{Legolas}))$.

Necessità nomologica ($\Box_N$): ciò che è vero in virtù delle leggi di natura della Terra di Mezzo. Per esempio, $\Box_N(\text{Anello-Indossato}(x) \rightarrow \text{Invisibile}(x))$.

Necessità narrativa ($\Box_S$): ciò che è vero nella narrazione effettiva (story). Per esempio, $\Box_S(\text{Frodo-Distrugge-Anello})$.

Questi operatori formano una gerarchia:

$$\Box_L \varphi \rightarrow \Box_M \varphi \rightarrow \Box_N \varphi \rightarrow \Box_S \varphi$$

"Ciò che è logicamente necessario è anche metafisicamente necessario, che è anche nomologicamente necessario, che è anche narrativamente necessario."

Ma le implicazioni inverse non valgono: qualcosa può essere narrativamente necessario (perché Tolkien ha deciso di scriverlo così) senza essere nomologicamente necessario (Frodo avrebbe potuto fallire, compatibilmente con le leggi della Terra di Mezzo), e certamente senza essere metafisicamente o logicamente necessario.

Questa stratificazione modale cattura la distinzione tra diversi tipi di "possibilità controfattuale" nella critica letteraria. Quando i lettori speculano su "cosa sarebbe successo se Gandalf non fosse caduto a Moria", stanno esplorando mondi che condividono la stessa metafisica e nomologia della Terra di Mezzo (elfi ancora immortali, l'Anello ancora corruttore) ma divergono negli eventi narrativi specifici.

Semantica di mondi impossibili

Un'estensione interessante della semantica di Kripke ammette "mondi impossibili": mondi che violano leggi logiche o metafisiche. Questo può sembrare paradossale: come può esistere un mondo dove $2 + 2 = 5$ o dove qualcosa è simultaneamente rosso e non-rosso?

Nella narrativa fantastica, tuttavia, incontriamo situazioni che sembrano richiedere mondi impossibili. Consideriamo paradossi temporali dove un evento causa se stesso, o situazioni in narrativa metafizionale dove "il personaggio sa di essere in un libro".

Formalmente, estendiamo il modello di Kripke permettendo W di includere sia mondi possibili W_p che mondi impossibili W_i , con $W = W_p \cup W_i$. In un mondo impossibile $w \in W_i$, la funzione di valutazione V può violare il principio di non-contraddizione: potremmo avere sia $w \in V(p)$ che $w \in V(\neg p)$ per qualche proposizione p .

La logica in mondi impossibili non è più classica. Non possiamo più derivare qualsiasi conclusione da una contraddizione (questo renderebbe triviale il ragionamento). Invece, usiamo logiche paraconsistenti o rilevanti che permettono contraddizioni localizzate senza esplosione globale.

Nel contesto narrativo, i mondi impossibili catturano finzioni che esplorano deliberatamente situazioni paradossali o auto-contraddittorie. "Alice nel Paese delle Meraviglie" contiene elementi che violano leggi logiche (il Gatto del Cheshire che svanisce lasciando solo il sorriso). Queste situazioni possono essere modellate come mondi impossibili accessibili da mondi possibili attraverso particolari tipi di portali narrativi (lo specchio, la tana del coniglio).

Relazioni di accessibilità dipendenti dal contesto

In molti universi narrativi, l'accessibilità tra mondi non è uniforme ma dipende dal contesto. Ciò che è possibile per un personaggio potrebbe non essere possibile per un altro. Un mago può accedere a realtà alternative attraverso incantesimi, mentre un contadino è confinato al mondo ordinario.

Possiamo modellare questa situazione mediante relazioni di accessibilità indicizzate: R_a per l'agente a . Allora $wR_{aw'}$ significa "il mondo w' è accessibile dall'agente a nel mondo w ". Diversi agenti hanno diverse "finestre" sullo spazio modale.

Introduciamo operatori modali indicizzati: $\Box_a \phi$ ("necessario per l'agente a ") e $\Diamond_a \phi$ ("possibile per l'agente a "). La semantica è:

$M, w \models \Box_a \phi$ se e solo se per ogni w' tale che $wR_{aw'}$, $M, w' \models \phi$

Nel contesto di Tolkien, $\Diamond_{\text{Gandalf}}(\text{Viaggio-a-Valinor})$ potrebbe essere vero (Gandalf, essendo un Maia, può viaggiare a Valinor), mentre $\Diamond_{\text{Frodo}}(\text{Viaggio-a-Valinor})$ è falso nel senso ordinario (Frodo, essendo un mortale, non può ordinariamente accedere a Valinor), anche se diventa vero in un senso straordinario alla fine della storia (gli viene concesso come privilegio speciale).

Queste modalità agente-relative catturano la stratificazione di potere e accesso che caratterizza molti universi fantasy: non tutti i personaggi hanno accesso alle stesse possibilità. La struttura modale stessa è eterogenea e dipende dal contesto.

Conclusioni sulla semantica kripkeana per la narrativa

La semantica dei mondi possibili di Kripke fornisce un framework formale potente per analizzare la struttura logica di universi narrativi. Ci permette di distinguere rigorosamente tra necessità e possibilità narrativa, di modellare l'indeterminatezza e l'incompletezza delle finzioni, di ragionare sull'identità trans-mondiale di personaggi, e di stratificare diversi tipi di modalità.

Tuttavia, la semantica di Kripke è solo l'inizio. Per catturare la piena complessità della narrativa fantastica, dobbiamo integrare strumenti aggiuntivi: la logica dei controfattuali per le storie alternative, logiche non-standard per sistemi magici, topologia per la struttura dei

multiversi, e teoria delle categorie per le trasformazioni tra universi. Le sezioni seguenti svilupperanno sistematicamente questi temi, costruendo su questi fondamenti kripkeani.

Logiche modali temporali: il flusso del tempo nella narrativa

Molti universi narrativi hanno una struttura temporale complessa che richiede logiche modali temporali. Il tempo nella finzione può essere lineare, ramificato, ciclico, o addirittura non-lineare in modi esotici. Arthur Prior sviluppò una logica temporale che estende la semantica di Kripke con operatori specificamente temporali.

Introduciamo quattro operatori temporali fondamentali:

- $P \varphi$: " φ era vero nel passato" (Past)
- $F \varphi$: " φ sarà vero nel futuro" (Future)
- $H \varphi$: " φ è sempre stato vero" (Historically)
- $G \varphi$: " φ sarà sempre vero" (Globally)

In una semantica di Kripke temporale, i mondi W sono interpretati come istanti temporali, e la relazione di accessibilità R rappresenta la successione temporale: wRw' significa " w' è un istante futuro di w ".

Per tempo lineare, R è una relazione d'ordine totale: per ogni coppia di istanti w , w' , o w precede w' , o w' precede w , o $w = w'$. Questo corrisponde a narrazioni con una timeline unica e determinata.

Per tempo ramificato, R è un ordine parziale: possono esistere istanti futuri incomparabili, rappresentanti timeline alternative che divergono da un punto comune. Questo modella narrazioni con biforcazioni temporali, punti di scelta dove la storia può svilupparsi in direzioni diverse.

Nel contesto del "Signore degli Anelli", possiamo modellare il mondo come avente tempo lineare nella narrazione canonica: esiste un'unica sequenza di eventi da Bilbo che trova l'Anello fino alla distruzione di Sauron. Ma se consideriamo possibilità controfattuali ("cosa sarebbe successo se Boromir avesse preso l'Anello?"), dobbiamo introdurre ramificazioni: punti dove la storia si divide in timeline alternative.

Logiche modali epistemiche: cosa sanno i personaggi

Oltre a modalità metafisiche (necessità, possibilità), possiamo introdurre modalità epistemiche che catturano la conoscenza e la credenza dei personaggi. L'operatore $K_a \varphi$ significa "l'agente a sa che φ ", mentre $B_a \varphi$ significa "l'agente a crede che φ ".

La semantica per logiche epistemiche usa ancora modelli di Kripke, ma la relazione di accessibilità R_a viene interpretata come "indistinguibilità epistemica": $wR_a w'$ significa che dal punto di vista dell'agente a , i mondi w e w' sono indistinguibili, ovvero a non può determinare quale dei due sia il mondo attuale.

Allora $K_a \varphi$ è vero in w se φ è vero in tutti i mondi epistemicamente indistinguibili da w per l'agente a . Intuitivamente, a sa φ se φ è vero in ogni scenario compatibile con ciò che a osserva e conosce.

Nel "Signore degli Anelli", consideriamo Frodo al momento in cui scopre che Gandalf è caduto in Moria. Prima di questa notizia, Frodo non sa se Gandalf è morto o vivo: esistono mondi epistemicamente accessibili per Frodo dove Gandalf vive, e mondi dove è morto. Formalmente, né $K_{\text{Frodo}}(\text{Morto}(\text{Gandalf}))$ né $K_{\text{Frodo}}(\neg \text{Morto}(\text{Gandalf}))$ sono veri. Frodo è in uno stato di incertezza epistémica.

Dopo aver ricevuto la notizia da Aragorn, l'insieme dei mondi epistemicamente accessibili per Frodo si restringe a quelli dove Gandalf è caduto. Ora $K_{\text{Frodo}}(\text{Caduto}(\text{Gandalf}))$ diventa vero. Questo modella l'acquisizione di conoscenza come restrizione dello spazio di possibilità epistémiche.

Interazione tra modalità: sapere ciò che è necessario

Quando combiniamo diversi tipi di modalità (metafisiche, temporali, epistémiche), otteniamo interazioni interessanti. Consideriamo formule come $K_a \Box \varphi$ ("a sa che φ è necessario") o $\Box K_a \varphi$ ("è necessario che a sappia φ ").

Queste formule non sono in generale equivalenti. È possibile che a sappia qualcosa senza sapere che è necessario: $K_a \varphi \wedge \neg K_a \Box \varphi$. Per esempio, Frodo sa che l'Anello è pericoloso ($K_{\text{Frodo}}(\text{Pericoloso}(\text{Anello}))$), ma potrebbe non sapere che è metafisicamente necessario che sia pericoloso ($\neg K_{\text{Frodo}} \Box (\text{Pericoloso}(\text{Anello}))$): potrebbe pensare che ci sia un modo di renderlo sicuro.

D'altra parte, $\Box K_a \varphi$ significa che in tutti i mondi possibili (metafisicamente o nomologicamente), a sa φ . Questo è un requisito molto forte: φ deve essere non solo vero, ma anche necessariamente conosciuto da a . Un esempio potrebbe essere verità logiche: $\Box K_a (\varphi \rightarrow \varphi)$ per ogni agente razionale a : necessariamente, ogni agente razionale sa che se φ allora φ .

Gli assiomi che regolano l'interazione tra diverse modalità sono chiamati assiomi di commutazione. Un assioma comune è:

$$K_a \Box \varphi \rightarrow \Box K_a \varphi$$

"Se a sa che φ è necessario, allora è necessario che a sappia φ ". Questo assioma è valido se assumiamo che gli agenti sono logicamente onniscienti rispetto alle necessità: se sanno che qualcosa è necessario, questa conoscenza stessa è necessaria (non potevano non saperlo).

Tuttavia, questo assioma è spesso troppo forte per agenti realistici, che possono non riconoscere tutte le implicazioni logiche delle loro conoscenze. Logiche epistémiche più sofisticate indeboliscono l'onniscienza logica permettendo agli agenti di non sapere tutte le conseguenze di ciò che sanno.

Mondi narrativi come modelli di Kripke dinamici

Un aspetto cruciale della narrativa è che si sviluppa nel tempo: lo stato del mondo cambia, nuovi eventi accadono, personaggi acquisiscono conoscenze. Possiamo modellare questa dinamica mediante logiche dinamiche che estendono Kripke.

In una logica dinamica epistemica (DEL - Dynamic Epistemic Logic), abbiamo operatori della forma $[\alpha]\varphi$ che significa "dopo che l'azione α è eseguita, φ è vero". Le azioni possono includere annunci pubblici ($[\psi]\varphi$: "dopo l'annuncio pubblico di ψ , φ è vero"), comunicazioni private, osservazioni, e altre forme di cambiamento informativo.

La semantica è data da una trasformazione del modello di Kripke. Se M è il modello prima dell'azione α , allora M^α è il modello dopo α . La verità di $[\alpha]\varphi$ in M è definita come la verità di φ in M^α .

Per esempio, consideriamo l'annuncio pubblico $[\psi]$. L'effetto di questo annuncio è eliminare tutti i mondi dove ψ è falso: $M^\psi = M$ ristretta ai mondi dove ψ è vero. Intuitivamente, dopo che tutti apprendono ψ , i mondi epistemicamente possibili sono solo quelli compatibili con ψ .

Nel "Signore degli Anelli", l'annuncio di Gandalf al Consiglio di Elrond che "questo è l'Anello Unico" ($[\text{Anello-Unico(questo)}]$) trasforma lo stato epistemico di tutti i partecipanti. Prima dell'annuncio, molti non sapevano la vera natura dell'anello. Dopo l'annuncio, questa conoscenza è comune (tutti sanno, tutti sanno che tutti sanno, e così via).

Logica del common knowledge: conoscenza condivisa

Un concetto importante nella teoria epistemica multi-agente è la conoscenza comune (common knowledge). Una proposizione φ è conoscenza comune tra un gruppo di agenti G se tutti in G sanno φ , tutti sanno che tutti sanno φ , tutti sanno che tutti sanno che tutti sanno φ , e così via all'infinito.

Formalmente, definiamo l'operatore $C_G \varphi$ (" φ è conoscenza comune nel gruppo G ") come l'infinita congiunzione:

$$C_G \varphi = E_G \varphi \wedge E_G E_G \varphi \wedge E_G E_G E_G \varphi \wedge \dots$$

dove $E_G \varphi = \bigwedge_{a \in G} K_a \varphi$ ("tutti in G sanno φ ").

La conoscenza comune può essere stabilita attraverso annunci pubblici. Se ψ viene annunciato pubblicamente a un gruppo G , e questo fatto stesso è pubblico (tutti sanno che è stato annunciato, tutti sanno che tutti lo sanno, ecc.), allora dopo l'annuncio $C_G \psi$ diventa vero.

Nel Consiglio di Elrond, l'annuncio della natura dell'Anello non solo informa i partecipanti, ma crea conoscenza comune: tutti sanno che l'Anello è l'Anello Unico, tutti sanno che tutti gli altri lo sanno, e questa conoscenza condivisa diventa la base per il coordinamento della Compagnia. La conoscenza comune è essenziale per l'azione collettiva: la missione di distruggere l'Anello richiede che tutti i membri della Compagnia sappiano non solo l'obiettivo, ma anche che tutti gli altri lo sanno e sono impegnati verso di esso.

Semantica di vicinanza e similarità tra mondi

La semantica standard di Kripke tratta l'accessibilità come una relazione binaria: o wRw' (w' è accessibile da w) o non wRw' . Ma in molti contesti narrativi, vogliamo catturare gradi di accessibilità o similarità: alcuni mondi sono "più vicini" al mondo attuale di altri.

David Lewis introdusse una semantica basata su sfere di mondi per la logica dei controfattuali (che svilupperemo nella Parte III). Ma possiamo anche usare questa idea per raffinare la semantica modale standard.

Invece di una singola relazione R , introduciamo una famiglia di relazioni $R_1, R_2, \dots, R_n$ dove R_i rappresenta accessibilità "di grado i ". Alternativamente, possiamo usare una funzione di similarità $\text{sim}: W \times W \rightarrow [0,1]$ che assegna a ogni coppia di mondi un valore reale tra 0 (completamente dissimili) e 1 (identici).

Allora possiamo definire modalità graduate: $\Box_{\geq \alpha} \phi$ significa " ϕ è vero in tutti i mondi con similarità almeno α ", e $\Diamond_{\geq \alpha} \phi$ significa " ϕ è vero in almeno un mondo con similarità almeno α ".

Per α vicino a 1, $\Box_{\geq \alpha} \phi$ richiede che ϕ sia vero solo nei mondi molto simili al mondo attuale: cattura una forma debole di necessità. Per α vicino a 0, $\Box_{\geq \alpha} \phi$ richiede che ϕ sia vero in quasi tutti i mondi: cattura una forma forte di necessità.

Nel contesto narrativo, questo ci permette di distinguere tra diverse "distanze controfattuali". "Cosa sarebbe successo se Frodo avesse preso una strada leggermente diversa verso Mordor?" esplora mondi molto simili (alta similarità). "Cosa sarebbe successo se l'Anello non fosse mai stato forgiato?" esplora mondi molto distanti (bassa similarità).

Frames complessi: relazioni multiple e logiche ibride

In universi narrativi ricchi, spesso abbiamo bisogno di multiple relazioni di accessibilità operanti simultaneamente. Per esempio:

- R_T : accessibilità temporale (successione temporale)
- R_E : accessibilità epistemica (indistinguibilità per un agente)
- R_M : accessibilità metafisica (mondi metafisicamente possibili)
- R_P : accessibilità via portali (wormholes narrativi)

Un frame multi-relazionale è una struttura $F = (W, R_1, \dots, R_n)$ con n diverse relazioni. Ciascuna relazione corrisponde a un diverso tipo di modalità, e possiamo avere operatori modali indicizzati: $\Box_i \phi$ ("necessario rispetto alla relazione R_i ").

Le logiche ibride aggiungono ulteriori strumenti espressivi: nominals (nomi per mondi specifici) e operatori di salto. Un nominal i è una proposizione atomica vera in esattamente un mondo. L'operatore di salto $@_i \phi$ significa " ϕ è vero nel mondo nominato da i ", permettendo di parlare esplicitamente di mondi specifici.

Per esempio, se i nomina il mondo al momento del Consiglio di Elrond, possiamo scrivere:

$@_i E_{\text{Compagnia}}(\text{Missione-Distruggere-Anello})$

"Nel mondo i (al Consiglio di Elrond), tutti nella Compagnia sanno della missione di distruggere l'Anello."

Le logiche ibride sono particolarmente utili per narrazioni non-lineari o con prospettive multiple, dove dobbiamo riferirci esplicitamente a diversi momenti o punti di vista narrativi.

Semantica di mondi multipli per interpretazioni alternative

Un fenomeno interessante nella ricezione letteraria è che opere diverse ammettono interpretazioni multiple. I lettori e i critici possono dissentire su cosa "realmente accade" in un'opera, specialmente quando la narrazione è ambigua o simbolica.

Possiamo modellare questo mediante semantica multi-mondo a livello meta-narrativo. Per ogni opera F , non esiste un singolo modello di Kripke M_F , ma una famiglia di modelli $\{M_F^1, M_F^2, \dots, M_F^n\}$, ciascuno corrispondente a un'interpretazione diversa dell'opera.

Una proposizione φ è:

- Definitivamente vera in F se φ è vera in tutti i modelli M_F^i
- Definitivamente falsa in F se $\neg\varphi$ è vera in tutti i modelli M_F^i
- Indeterminata in F se φ è vera in alcuni modelli e falsa in altri

Per esempio, consideriamo "Aspettando Godot" di Samuel Beckett. Chi è Godot? Diverse interpretazioni assegnano identità diverse: Dio, la morte, il significato, nessuno in particolare. Ogni interpretazione corrisponde a un diverso modello M_{Godot}^i dove la proposizione "Godot = x" riceve valori di verità diversi.

Nel "Signore degli Anelli", la maggior parte dei fatti è determinata (Frodo distrugge l'Anello è vero in tutte le interpretazioni), ma alcuni dettagli metafisici potrebbero essere interpretati diversamente. I Balrog hanno ali? Tolkien è ambiguo, e diverse interpretazioni danno risposte diverse.

Questa semantica multi-modello cattura formalmente il pluralismo interpretativo: non esiste necessariamente un'unica interpretazione "corretta" di un'opera, ma piuttosto un insieme di interpretazioni legittime, tutte compatibili con il testo ma differenti su certi dettagli.

Supervalutazionismo narrativo

Una teoria filosofica rilevante è il supervalutazionismo, originariamente proposto per trattare la vaghezza nel linguaggio naturale. Secondo il supervalutazionismo, quando un termine è vago (come "calvo"), non esiste un'unica funzione di valutazione corretta, ma molte "precisazioni" ammissibili che rendono preciso il termine vago in modi diversi.

Una proposizione contenente termini vaghi è:

- Super-vera se è vera sotto tutte le precisazioni
- Super-falsa se è falsa sotto tutte le precisazioni
- Né super-vera né super-falsa se è vera sotto alcune precisazioni e falsa sotto altre

Possiamo applicare questa idea alle finzioni sottodeterminate. Una finzione F non specifica completamente il suo mondo, lasciando certi dettagli vaghi o indeterminati. Ciascun modo di "completare" questi dettagli corrisponde a una precisazione M_F^i .

Una proposizione φ è super-vera in F se è vera in tutti i completamenti M_F^i . Il supervaluazionismo narrativo afferma che la finzione F determina un valore di verità definitivo per φ solo se φ è super-vera o super-falsa; altrimenti, φ è genuinamente indeterminata.

Questo approccio ha il vantaggio di preservare i principi logici classici (come il principio del terzo escluso) a livello delle super-verità, anche quando le verità individuali in ciascun modello possono violare questi principi per proposizioni indeterminate.

Abbiamo sviluppato un'articolata applicazione della semantica dei mondi possibili di Kripke agli universi narrativi. Abbiamo visto come:

- I modelli di Kripke forniscono una struttura formale per rappresentare mondi finzionali e le relazioni di accessibilità tra loro
- Diverse proprietà della relazione di accessibilità corrispondono a diversi sistemi modali e catturano diverse forme di necessità narrativa
- L'identità trans-mondiale di personaggi può essere analizzata attraverso funzioni di trasporto e proprietà essenziali
- Le logiche modali quantificate permettono di ragionare su individui che esistono in alcuni mondi ma non in altri
- Le finzioni sono intrinsecamente incomplete, ammettendo molteplici modelli non-isomorfi
- Possiamo stratificare modalità multiple (logiche, metafisiche, nomologiche, narrative) in gerarchie di necessità
- I mondi impossibili estendono il framework per catturare finzioni paradossali o auto-contraddittorie
- Le logiche temporali modellano la struttura del tempo nella narrativa (lineare vs. ramificato)
- Le logiche epistemiche catturano la conoscenza e la credenza dei personaggi
- Le logiche dinamiche modellano come il mondo narrativo cambia nel corso della storia
- La conoscenza comune emerge come concetto cruciale per l'azione collettiva coordinata
- Le semantiche di vicinanza permettono di gradare l'accessibilità e la similarità tra mondi
- I frame multi-relazionali e le logiche ibride forniscono strumenti per universi narrativi complessi con multiple dimensioni di variazione
- Il pluralismo interpretativo può essere modellato mediante semantiche multi-modello
- Il supervalutazionismo fornisce un framework per trattare l'indeterminatezza narrativa preservando i principi logici classici

Questi strumenti formali costituiscono una grammatica sofisticata per analizzare la struttura logica dell'immaginazione narrativa. Nelle parti successive, estenderemo ulteriormente questo framework incorporando la logica dei controfattuali, le logiche non-standard per

sistemi magici, la topologia dei multiversi e la teoria delle categorie per trasformazioni tra universi.

Parte III: Controfattuali e logica condizionale nei plot alternativi

Il problema semantico dei controfattuali

Un enunciato controfattuale ha la forma "Se A fosse stato il caso, allora B sarebbe stato il caso", dove A è falso nel mondo attuale. La difficoltà consiste nel determinare le condizioni di verità di tali enunciati: come possiamo valutare la verità di affermazioni su situazioni che non si sono mai verificate?

David Lewis, nella sua opera fondamentale "Counterfactuals" del 1973, propose una soluzione basata sulla semantica dei mondi possibili. Secondo Lewis, un controfattuale "A > B" è vero nel mondo attuale w se e soltanto se in tutti i mondi possibili più simili a w nei quali A è vero, anche B è vero. La nozione cruciale qui è quella di "similarità" tra mondi, che Lewis articola attraverso un sistema di sfere concentriche attorno al mondo attuale: ogni sfera contiene mondi progressivamente meno simili al mondo di valutazione.

La relazione di similarità che Lewis propone è ordinata secondo criteri specifici: innanzitutto, l'assenza di miracoli o violazioni delle leggi naturali conta più delle concordanze su questioni di fatto particolare; in secondo luogo, la convergenza perfetta fino al tempo dell'antecedente del controfattuale è più importante della concordanza successiva; infine, la massimizzazione delle regioni di perfetta concordanza delle questioni di fatto particolari è preferibile alla minimizzazione delle regioni di piccole differenze sparse.

Robert Stalnaker, in un approccio alternativo e in qualche modo più restrittivo, propose invece che per ogni mondo w e ogni antecedente A esista un unico mondo possibile "più simile" a w in cui A è vero, che egli chiamò il mondo A-massimamente-simile a w . Un controfattuale è vero se B è vero in questo mondo unico. La differenza fondamentale tra Lewis e Stalnaker riguarda l'unicità di questo mondo: mentre Stalnaker assume che esista sempre un unico mondo più simile, Lewis ammette che possano esistere più mondi equidistanti dal mondo attuale, nessuno dei quali più simile degli altri.

Applicazione ai plot alternativi nella narrativa fantastica

La narrativa fantastica, e in particolare il genere della storia alternativa o ucronica, fornisce un campo di applicazione ideale per la logica dei controfattuali. Quando Philip K. Dick scrive "La svastica sul sole" ("The Man in the High Castle"), costruisce essenzialmente un controfattuale complesso: "Se le potenze dell'Asse avessero vinto la Seconda Guerra Mondiale, come sarebbe il mondo nel 1962?" L'intera struttura narrativa diventa un'esplorazione sistematica delle conseguenze di questo antecedente controfattuale.

Possiamo formalizzare questo processo. Sia w_0 il mondo attuale (quello in cui le potenze alleate vinsero la guerra) e sia A la proposizione "Le potenze dell'Asse vincono la Seconda Guerra Mondiale". Il mondo narrativo di Dick, chiamiamolo w_{Dick} , è costruito come un

mondo A-massimale rispetto a w_0 , ovvero un mondo che mantiene la massima similarità possibile con il mondo attuale compatibilmente con la verità di A.

Ma quali aspetti del mondo attuale vengono preservati nella transizione a w_{Dick} ? Qui la logica dei controfattuali di Lewis diventa illuminante. Dick preserva la geografia fisica del pianeta, le leggi della fisica e della chimica, gran parte della storia precedente al punto di divergenza critico (che potremmo collocare intorno al 1942-1943), e persino molte caratteristiche psicologiche fondamentali degli esseri umani. Ciò che cambia sono i fatti storici conseguenti alla vittoria dell'Asse: la divisione degli Stati Uniti, l'egemonia giapponese sul Pacifico, la persistenza del regime nazista in Europa.

Questa preservazione selettiva corrisponde esattamente alla gerarchia di Lewis per la similarità tra mondi: le leggi naturali sono preservate (nessun "miracolo" è necessario per la divergenza storica), la convergenza perfetta viene mantenuta fino al punto di divergenza, e le questioni di fatto particolari vengono alterate solo nella misura necessaria a rendere vero l'antecedente controfattuale.

La catena dei controfattuali annidati

Un aspetto particolarmente interessante della narrativa controfattuale è la presenza di controfattuali annidati o iterati. In "La svastica sul sole", Dick include un romanzo-nel-romanzo intitolato "La cavalletta non si alzerà più", che a sua volta descrive un mondo alternativo in cui le potenze alleate hanno vinto la guerra, ma in modo diverso da come è accaduto nel nostro mondo attuale. Abbiamo quindi una struttura logica complessa:

Nel mondo w_0 (il nostro), consideriamo il controfattuale C_1 : "Se l'Asse avesse vinto..." che ci porta al mondo w_{Dick} . All'interno di w_{Dick} , i personaggi considerano un controfattuale C_2 : "Se gli Alleati avessero vinto..." che li porta a un mondo $w_{\text{Grasshopper}}$. Ma $w_{\text{Grasshopper}}$ non coincide con w_0 : è un terzo mondo possibile, diverso sia da w_0 che da w_{Dick} .

Possiamo formalizzare questa struttura come una relazione di accessibilità transitiva ma non simmetrica. Definiamo R_c come la relazione di accessibilità controfattuale: $w_1 R_c w_2$ se e soltanto se esiste un antecedente A tale che w_2 è il mondo A-massimamente-simile a w_1 . Allora abbiamo:

$w_0 R_c w_{\text{Dick}}$ (tramite C_1) $w_{\text{Dick}} R_c w_{\text{Grasshopper}}$ (tramite C_2) Ma NON necessariamente $w_{\text{Grasshopper}} = w_0$

Questa non-simmetria della relazione controfattuale è fondamentale: il fatto che da w_{Dick} si possa immaginare un mondo in cui gli Alleati vincono non garantisce che questo mondo sia identico al mondo da cui siamo partiti. La ragione è che la valutazione della similarità è sempre relativa al mondo da cui parte il controfattuale: $w_{\text{Grasshopper}}$ è il mondo "alleati-vincono" più simile a w_{Dick} , non necessariamente più simile a w_0 .

Controfattuali impossibili e mondi logicamente anomali

Un caso limite particolarmente interessante nella narrativa fantastica è rappresentato dai controfattuali con antecedenti impossibili. Cosa accade quando l'antecedente A di un

controfattuale non è semplicemente falso, ma logicamente impossibile o metafisicamente impossibile? La logica standard dei controfattuali di Lewis afferma che tutti i controfattuali con antecedenti impossibili sono vacuamente veri, poiché non esistono mondi possibili in cui l'antecedente è vero.

Tuttavia, la narrativa fantastica spesso esplora proprio questi territori logicamente problematici. Consideriamo opere come "Flatlandia" di Edwin Abbott Abbott, che costruisce un universo bidimensionale abitato da figure geometriche senzienti. Dal punto di vista della fisica del nostro universo, organismi biologici complessi non potrebbero esistere in sole due dimensioni spaziali: le equazioni della gravitazione, dell'elettromagnetismo e della biochimica richiedono tre dimensioni spaziali per funzionare come le conosciamo.

Eppure Abbott costruisce un mondo narrativamente coerente. Come interpretare logicamente questa operazione? Una possibilità è ricorrere alla nozione di mondi impossibili introdotta da alcuni logici contemporanei. Un mondo impossibile è una struttura che viola alcune leggi logiche o metafisiche che riteniamo necessarie. Formalmente, possiamo estendere la semantica di Kripke ammettendo nell'insieme W non solo mondi possibili, ma anche mondi impossibili.

Sia $W = W_p \cup W_i$, dove W_p è l'insieme dei mondi (metafisicamente) possibili e W_i è l'insieme dei mondi impossibili. La relazione di accessibilità R può allora connettere mondi possibili a mondi impossibili. Un operatore modale $\Box$ viene interpretato come: $\Box\phi$ è vero in w se e soltanto se ϕ è vero in tutti i mondi $w' \in W_p$ tali che wRw' . Ma possiamo definire un nuovo operatore $\Box_f$ (necessità finzionale) tale che: $\Box_f\phi$ è vero in w se e soltanto se ϕ è vero in tutti i mondi $w' \in W$ (inclusi i mondi impossibili) tali che wRw' .

Questo approccio permette di distinguere tra necessità metafisica (ciò che è vero in tutti i mondi possibili) e necessità finzionale (ciò che è vero in tutti i mondi compatibili con una certa finzione, inclusi quelli metafisicamente impossibili). In "Flatlandia", la bidimensionalità dello spazio non è metafisicamente possibile, ma è finzionalmente necessaria: è vera in tutti i mondi compatibili con la finzione di Abbott.

I mondi ramificati del tempo e le decisioni narrative

Un'altra applicazione affascinante della logica controfattuale riguarda le narrazioni a bivi temporali, come nei romanzi interattivi o nei videogiochi narrativi contemporanei. In queste strutture, il lettore o il giocatore compie scelte che determinano quale ramo della narrazione verrà attualizzato. Ogni punto di scelta rappresenta un nodo da cui si diramano più controfattuali: "Se il protagonista scegliesse A, allora...", "Se il protagonista scegliesse B, allora...".

Possiamo modellare questa struttura mediante una semantica ramificata del tempo, proposta originariamente da Arthur Prior nella sua logica temporale. Sia T un insieme parzialmente ordinato di istanti temporali, con $\leq$ come relazione di precedenza temporale. Diciamo che due istanti t_1 e t_2 sono storicamente indistinguibili fino a un tempo t_0 se condividono lo stesso passato fino a t_0 ma divergono dopo.

In un modello ramificato $M = (T, \leq, H, V)$, dove H è l'insieme delle "storie" o rami temporali massimali, possiamo definire la verità di una formula ϕ relativamente a una coppia (t, h)

dove t è un istante e h è una storia che passa per t . Un controfattuale decisionale "Se l'agente scegliesse A al tempo t , allora ϕ " è vero in una storia h al tempo $t_0 < t$ se e soltanto se esiste una storia h' che coincide con h fino a t e in cui l'agente sceglie A a t , e in tutti i mondi "ragionevolmente simili" a h' che differiscono solo per questa scelta, ϕ è vero.

Consideriamo per esempio la serie di videogiochi narrativi di Telltale Games, dove le scelte del giocatore modificano radicalmente lo svolgimento della storia. Ogni partita rappresenta una particolare storia h attraverso l'albero delle possibilità narrative T . I controfattuali "Cosa sarebbe successo se avessi scelto diversamente?" corrispondono esattamente a esplorare storie alternative h' che divergono da h in specifici punti di biforcazione.

La struttura logica sottostante è quella di una relazione di accessibilità controfattuale temporalmente indicizzata: R_t è la relazione "essere una storia alternativa che diverge al tempo t ". Questa relazione ha proprietà specifiche: è riflessiva sul passato (fino al punto di divergenza, una storia è accessibile da se stessa), ma non è riflessiva sul futuro (dopo la divergenza, la storia originale potrebbe non essere più accessibile dalla storia alternativa).

Le metriche di distanza tra mondi narrativi

Per applicare rigorosamente la semantica di Lewis ai mondi narrativi, dobbiamo sviluppare criteri espliciti per misurare la "distanza" o "dissimilarità" tra mondi possibili finzionali. Lewis stesso propose una gerarchia qualitativa: evitare miracoli è più importante che preservare questioni di fatto. Ma nella narrativa fantastica, questa gerarchia richiede una riconsiderazione.

Definiamo una metrica di distanza narrativa $d_n(w_1, w_2)$ tra due mondi narrativi w_1 e w_2 come una funzione che assegna un numero reale non negativo, con $d_n(w_1, w_2) = 0$ se e soltanto se $w_1 = w_2$. Questa metrica dovrebbe soddisfare le proprietà standard: simmetria ($d_n(w_1, w_2) = d_n(w_2, w_1)$) e disuguaglianza triangolare ($d_n(w_1, w_3) \leq d_n(w_1, w_2) + d_n(w_2, w_3)$).

Possiamo scomporre d_n in diverse componenti:

$$d_n(w_1, w_2) = \alpha \cdot d_{\text{leggi}}(w_1, w_2) + \beta \cdot d_{\text{storia}}(w_1, w_2) + \gamma \cdot d_{\text{geografia}}(w_1, w_2) + \delta \cdot d_{\text{individui}}(w_1, w_2)$$

dove d_{leggi} misura la divergenza nelle leggi naturali, d_{storia} misura la divergenza negli eventi storici, $d_{\text{geografia}}$ misura le differenze nella configurazione spaziale del mondo, e $d_{\text{individui}}$ misura le differenze nell'identità e nelle proprietà degli individui esistenti. I coefficienti α , β , γ , δ rappresentano i pesi relativi di questi fattori nella determinazione della similarità complessiva.

Nella narrativa controfattuale storica (come in "La svastica sul sole"), tipicamente α è molto alto (le leggi naturali sono preservate) mentre β è moderatamente basso (gli eventi storici divergono significativamente). Al contrario, nella fantasy hard science come quella di Greg Egan, α può essere basso (le leggi della fisica stessa sono alterate), ma la coerenza interna delle nuove leggi è mantenuta rigorosamente, il che corrisponde a minimizzare un diverso parametro: la varianza interna nella struttura nomologica del mondo.

I paradossi del cambiamento del passato

Un caso particolarmente problematico per la logica controfattuale è rappresentato dalle narrazioni di viaggio nel tempo con modifica del passato. Consideriamo il classico paradosso del nonno: un viaggiatore temporale torna nel passato e uccide il proprio nonno prima che questi abbia generato il padre del viaggiatore. Se il nonno muore, il viaggiatore non può nascere; ma se il viaggiatore non nasce, non può tornare indietro a uccidere il nonno.

David Lewis propose una soluzione basata sulla distinzione tra possibilità personale e possibilità generale. È personalmente possibile per il viaggiatore uccidere il nonno (ha i mezzi, l'opportunità, la capacità fisica), ma è generalmente impossibile che lo faccia, perché ciò genererebbe un'incoerenza temporale. La struttura causale del mondo impedisce che entrambi i fatti (il viaggiatore esiste e uccide il nonno prima della nascita del padre) siano composibili.

Formalmente, possiamo rappresentare questa situazione mediante una logica temporale ramificata con vincoli di coerenza. Sia T l'insieme degli istanti temporali con una struttura d'ordine $\leq$. Un modello con viaggio nel tempo è una struttura $M = (T, \leq, <, V)$ dove $<$ rappresenta la relazione di "precedenza causale", che può differire dalla precedenza temporale $\leq$. Il viaggio nel tempo corrisponde a situazioni in cui un evento e_1 è causalmente posteriore ($e_0 < e_1$) ma temporalmente anteriore ($e_1 \leq e_0$) a un altro evento e_0 .

La coerenza del modello richiede che non esistano cicli causali contraddittori: non deve esistere una sequenza di eventi $e_0, e_1, \dots, e_n$ tale che $e_0 < e_1 < \dots < e_n < e_0$ e tale che l'occorrenza congiunta di tutti questi eventi implichi logicamente che almeno uno di essi non può verificarsi.

Molte narrazioni di viaggio nel tempo risolvono questo problema postulando l'esistenza di linee temporali multiple o mondi paralleli. Quando il viaggiatore modifica il passato, non cambia la propria linea temporale di origine, ma crea (o si sposta in) una linea temporale alternativa. Questo corrisponde esattamente alla semantica ramificata discussa sopra: ogni intervento temporale crea un nuovo ramo nell'albero delle storie possibili.

In "Ritorno al futuro", quando Marty McFly viaggia nel 1955 e accidentalmente previene l'incontro dei suoi genitori, non sta cancellando se stesso dal mondo attuale, ma sta creando una storia alternativa h' che diverge da h (la storia originale) nel 1955. La tensione narrativa deriva dal fatto che Marty, provenendo da h , rischia di non esistere in h' . La soluzione (far incontrare i genitori) non ripristina h , ma crea una terza storia h'' che diverge solo minimamente da h .

Parte IV: Consistenza logica di universi con magia - sistemi deduttivi non-standard

Il problema della magia come violazione delle leggi naturali

La magia rappresenta una sfida peculiare per l'analisi logica della narrativa fantastica. Per definizione, la magia sembra violare le leggi naturali che governano il nostro universo: oggetti si materializzano dal nulla, violando la conservazione della massa-energia; persone

volano senza alcun mezzo di propulsione; eventi futuri vengono conosciuti con precisione, violando la causalità relativistica. Come può un universo con magia essere logicamente consistente?

La chiave sta nel riconoscere che la magia, nella narrativa fantastica ben costruita, non è arbitraria ma governata da regole. Brandon Sanderson, nel suo saggio "Sanderson's Laws of Magic", articola questo principio fondamentale: la capacità di risolvere conflitti narrativi con la magia è direttamente proporzionale a quanto il lettore comprende le reggie della magia stessa. Un sistema magico con regole esplicite, limitazioni chiare e costi definiti è narrativamente più soddisfacente di uno in cui qualsiasi cosa può accadere.

Dal punto di vista logico, possiamo interpretare un universo con magia non come un mondo che viola le leggi naturali, ma come un mondo governato da un insieme diverso di leggi nomologiche. Se $L = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$ è l'insieme delle leggi naturali del nostro universo, un universo fantasy è governato da un insieme $L_m = \{l'_1, l'_2, \dots, l'_n, m_1, m_2, \dots, m_k\}$ dove alcune leggi naturali sono modificate (l'_i) e nuove leggi magiche (m_j) sono aggiunte.

Sistemi magici chiusi e logiche paraconsistenti

Un sistema magico chiuso è uno in cui l'insieme delle leggi magiche L_m è completamente specificato e immutabile. Il sistema magico di Ursula K. Le Guin in "Terramare" è un esempio paradigmatico: la magia funziona attraverso la conoscenza dei veri nomi delle cose, espressi nel Linguaggio Antico. Sapere il vero nome di qualcosa conferisce potere su di essa, ma questo potere non è illimitato ed è vincolato dall'equilibrio cosmico.

Possiamo formalizzare questo sistema mediante una logica modale del potere e della conoscenza. Definiamo due operatori: $K_a\phi$ ("l'agente a conosce ϕ ") e $P_a\phi$ ("l'agente a ha il potere di rendere vero ϕ "). Il sistema di Terramare può essere caratterizzato da assiomi come:

$$(TN) K_a(\text{Nome-Vero}(x, n)) \rightarrow P_a(\text{Controlla}(a, x))$$

"Se l'agente conosce il vero nome di x, allora ha il potere di controllare x"

$$(EQ) P_a(\phi) \wedge \text{Viola-Equilibrio}(\phi) \rightarrow \Diamond \exists \psi (\psi \wedge \text{Ripristina-Equilibrio}(\psi))$$

"Se un agente esercita un potere che viola l'equilibrio, è possibile (e necessario) che si verifichi un evento che ripristina l'equilibrio"

La logica sottostante non è classica, ma paraconsistente: ammette situazioni localmente contraddittorie senza che l'intero sistema collassi nella trivialità (dove tutto è derivabile). Nella narrativa fantasy, spesso esistono paradossi magici: oggetti che sono simultaneamente qui e altrove, eventi che causano se stessi, situazioni che sembrano logicamente impossibili.

La logica paraconsistente, sviluppata da Newton da Costa negli anni Sessanta, permette di ragionare formalmente anche in presenza di contraddizioni localizzate. L'idea fondamentale è indebolire il principio di esplosione (ex contradictione quodlibet) della logica classica,

secondo cui da una contraddizione $\varphi \wedge \neg\varphi$ si può derivare qualsiasi formula ψ . In una logica paraconsistente, la regola di inferenza:

$$\varphi, \neg\varphi \vdash \psi$$

non è generalmente valida. Possiamo avere $\varphi \wedge \neg\varphi$ vero in qualche punto del sistema senza che l'intero sistema diventi triviale.

Le algebre di Heyting e la magia intuizionista

Un approccio alternativo alla formalizzazione di sistemi magici passa attraverso la logica intuizionista e le algebre di Heyting. La logica intuizionista, sviluppata da L.E.J. Brouwer e formalizzata da Arend Heyting, rifiuta il principio del terzo escluso: non è sempre vero che $\varphi \vee \neg\varphi$. Una proposizione è vera solo se esiste una costruzione o una prova che la stabilisce; altrimenti, la sua verità rimane indeterminata.

Questa struttura logica si adatta naturalmente a certi sistemi magici, particolarmente quelli basati sulla volontà, l'intenzione o la consapevolezza. Consideriamo il sistema magico di Patrick Rothfuss in "Il nome del vento": la "simpatia" (la magia simpatica) funziona creando collegamenti tra oggetti simili, ma l'efficacia dipende dalla chiarezza mentale e dalla forza di volontà del praticante (la "Alar"). Una formula magica non è semplicemente vera o falsa in modo oggettivo, ma diventa vera attraverso l'atto della sua realizzazione da parte del mago.

Formalmente, possiamo interpretare la verità magica come verità costruttiva. Un'algebra di Heyting H è un reticolo limitato $(H, \wedge, \vee, \rightarrow, 0, 1)$ dove $\rightarrow$ è un'operazione binaria (l'implicazione intuizionista) che soddisfa:

$$a \rightarrow b = \max\{c \in H : a \wedge c \leq b\}$$

La negazione intuizionista è definita come $\neg a = a \rightarrow 0$. In questa struttura, il principio del terzo escluso $a \vee \neg a$ non è necessariamente uguale a 1 (il top dell'algebra, corrispondente al "vero").

Nel contesto della magia di Rothfuss, possiamo interpretare le formule magiche come elementi di un'algebra di Heyting dove la verità di "L'incantesimo S produce l'effetto E " non è oggettiva ma dipende dalla costruzione effettiva dell'incantesimo da parte di un mago con sufficiente Alar. La formula $S \rightarrow E$ è vera solo se esiste una "realizzazione" (corrispondente a una dimostrazione intuizionista) dell'implicazione mediante l'azione del mago.

Logiche rilevanti e la legge di similitudine

Molti sistemi magici nella narrativa fantasy si basano sul principio di similitudine: il simile influenza il simile. Questo è il fondamento della magia simpatica in antropologia (codificata da James Frazer ne "Il ramo d'oro") e appare in innumerevoli opere fantasy. Ma come formalizzare logicamente il concetto di "similitudine" in modo che non diventi triviale?

Le logiche rilevanti, sviluppate da Anderson e Belnap, forniscono uno strumento potente. In queste logiche, l'implicazione $A \rightarrow B$ richiede che esista una connessione rilevante tra

l'antecedente A e il conseguente B. Non è sufficiente che B sia vero ogniqualvolta A è vero; deve esistere un legame contentuale tra A e B.

Formalmente, possiamo definire una relazione di rilevanza R tra proposizioni magiche. Diciamo che A è rilevante a B (notazione: ARB) se esiste una catena di connessioni di similarità tra A e B. Un'implicazione magica $A \rightarrow_m B$ (letto: "A magicamente implica B") è valida se e soltanto se:

(1) ARB (esiste rilevanza tra A e B) (2) In tutti i mondi magicamente accessibili dove A è vero, anche B è vero (3) La similarità $\text{sim}(A, B)$ supera una soglia minima θ

La funzione di similarità $\text{sim}: \text{Prop} \times \text{Prop} \rightarrow [0,1]$ misura il grado di sovrapposizione tra le proprietà essenziali di A e quelle di B. Nella magia simpatica, sim potrebbe essere definita come:

$$\text{sim}(A, B) = |\text{Proprietà-Essenziali}(A) \cap \text{Proprietà-Essenziali}(B)| / |\text{Proprietà-Essenziali}(A) \cup \text{Proprietà-Essenziali}(B)|$$

dove $\text{Proprietà-Essenziali}(X)$ è l'insieme delle proprietà che definiscono l'essenza magica di X.

Per esempio, nella tradizione della magia simpatica, una bambola (poppet) che rappresenta una persona condivide con quella persona alcune proprietà essenziali: la forma antropomorfa, eventualmente capelli o altri elementi fisici della persona, il nome. Quanto maggiore è l'insieme di proprietà condivise, tanto più forte è il legame magico e tanto più efficace sarà un'azione sulla bambola nel produrre effetti sulla persona.

Sistemi magici hard vs soft e gradi di specificazione formale

Brandon Sanderson distingue tra "sistemi magici hard" (con regole esplicite, limiti chiari e funzionamento comprensibile) e "sistemi magici soft" (vaghi, misteriosi, potenti ma non completamente compresi). Questa distinzione ha un corrispettivo preciso nella teoria della specificazione formale dei sistemi.

Un sistema magico hard è completamente specificato: l'insieme delle leggi magiche L_m è finito ed esplicito, le regole di inferenza sono chiare, e gli assiomi del sistema sono enumerabili. Possiamo costruire una logica formale LS_m (Logica del Sistema magico) come una struttura deduttiva $(L_m, \vdash_m)$ dove L_m è il linguaggio del sistema (contenente simboli per sortilegi, entità magiche, proprietà magiche) e $\vdash_m$ è la relazione di derivabilità che specifica quali conclusioni magiche seguono da quali premesse.

Per esempio, nel sistema magico di Brandon Sanderson in "Mistborn", esistono leggi esplicite:

(M1) $\forall x (\text{Allomante}(x) \wedge \text{Brucia}(x, \text{Metallo}_i) \rightarrow \text{Ottiene-Potere}_i(x))$ "Ogni Allomante che brucia un metallo ottiene il potere corrispondente"

(M2) $\forall x (\text{Brucia}(x, m) \rightarrow \text{Consuma}(x, m))$ "Bruciare un metallo lo consuma"

(M3) $\forall x, m, m' (Brucia(x, m) \wedge Brucia(x, m') \wedge m \neq m' \rightarrow Incompatibile(Potere(m), Potere(m')))$ "Non si possono bruciare contemporaneamente metalli incompatibili"

Da questi assiomi, il lettore può derivare quali azioni sono possibili e quali conseguenze seguono. Il sistema è decidibile: data una descrizione di uno stato del mondo e di un'azione proposta, possiamo determinare algebricamente se quell'azione è permessa e quali saranno i suoi effetti.

Al contrario, un sistema magico soft è sottodeterminato. L'insieme delle leggi magiche è infinito o non completamente specificato, e la logica sottostante è non-monotonica: l'aggiunta di nuove informazioni può invalidare conclusioni precedentemente derivate. Nella magia di Tolkien nel "Signore degli Anelli", ad esempio, non esistono regole esplicite su cosa Gandalf possa o non possa fare con la magia. Il potere di Gandalf sembra limitato solo narrativamente, non da leggi magiche codificate.

Possiamo modellare questa situazione mediante una logica di default o non-monotonica. Supponiamo di avere un insieme di regole di default della forma:

$\varphi : \psi_1, \dots, \psi_n / \chi$

che si legge: "Se φ è vero, e se è consistente assumere $\psi_1, \dots, \psi_n$, allora concludi χ ". Ma queste conclusioni sono "rivedibili" (defeasible): l'aggiunta di nuove informazioni può bloccare l'applicazione della regola di default.

Nel contesto della magia soft, potremmo avere una regola:

Mago-Potente(x) : $\neg \text{Vincoli-Espliciti(azione_a)} / \text{Può-Fare}(x, a)$

"Se x è un mago potente, e non ci sono vincoli espliciti contro l'azione a, allora x può fare a". Ma questa regola può essere bloccata da eccezioni narrative: Gandalf, pur essendo potentissimo, non può semplicemente distruggere Sauron con un gesto, perché esistono vincoli superiori (metafisici, divini, narrativi) che lo impediscono, anche se questi vincoli non sono mai completamente esplicitati.

La teoria dei tipi dipendenti e la magia come sistema tipato

Un approccio formalmente sofisticato alla modellazione di sistemi magici complessi è fornito dalla teoria dei tipi dipendenti, sviluppata originariamente da Per Martin-Löf. In questo framework, ogni oggetto appartiene a un tipo, e i tipi stessi possono dipendere da valori. Questa struttura si adatta naturalmente a sistemi magici stratificati dove l'accesso a certi incantesimi dipende dalle proprietà del mago.

Consideriamo un sistema magico come quello di Dungeons & Dragons o dei videogiochi RPG, dove esistono livelli di potere, classi di incantesimi e prerequisiti per l'apprendimento. Possiamo formalizzare questo mediante tipi dipendenti:

Incantesimo : $(livello : \mathbb{N}) \rightarrow (scuola : Scuola_Magia) \rightarrow Tipo$

Questa dichiarazione afferma che "Incantesimo" è una famiglia di tipi indicizzata da un numero naturale (il livello) e da una scuola di magia. Un incantesimo specifico come "Palla di Fuoco" avrebbe tipo:

Palla_di_Fuoco : Incantesimo(3, Evocazione)

Ora, la capacità di un mago di lanciare un incantesimo può essere espressa come una funzione dipendente:

Lancia : (m : Mago) $\rightarrow$ (i : Incantesimo(n, s)) $\rightarrow$ (Livello(m) $\geq$ n) $\rightarrow$ (Conosce(m, s)) $\rightarrow$ Effetto

Questa firma di tipo afferma che per lanciare un incantesimo, un mago deve soddisfare due vincoli (espressi come tipi dipendenti): il suo livello deve essere almeno uguale al livello dell'incantesimo, e deve conoscere la scuola di magia corrispondente. Solo se questi vincoli sono soddisfatti (ossia, se esistono "prove" di tipo appropriato per questi predicati) la funzione "Lancia" può essere applicata per produrre un effetto.

Questo approccio ha il vantaggio di rendere impossibile, a livello di tipo, costruire situazioni magiche incoerenti. Un mago di primo livello che tenta di lanciare un incantesimo di nono livello non è semplicemente scorretto: è mal tipato, analogamente a come $3 + \text{"hello"}$ è mal tipato in un linguaggio di programmazione tipato staticamente.

Logiche temporali e la durata degli effetti magici

Molti sistemi magici includono incantesimi con durata limitata: un'invisibilità che dura dieci minuti, un incantesimo di protezione che permane fino all'alba, una maledizione che si dissolve dopo sette anni. Come formalizzare la temporalità degli effetti magici?

Le logiche temporali, inizialmente sviluppate da Arthur Prior e poi ampliate da Amir Pnueli per la verifica di sistemi concorrenti, forniscono gli strumenti appropriati. Introduciamo operatori temporali:

- $G\phi$: " ϕ è globalmente vero" (vero in tutti i momenti futuri)
- $F\phi$: " ϕ sarà eventualmente vero" (vero in almeno un momento futuro)
- $X\phi$: " ϕ sarà vero nel prossimo istante"
- $\phi \cup \psi$: " ϕ è vero fino a che ψ diventa vero"

Un incantesimo con durata limitata può essere espresso come:

Lancia(m, Invisibilità) $\rightarrow$ (Invisibile(m) $\cup$ (Tempo_Trascorso(10_minuti) $\vee$ Attacca(m)))

"Se il mago lancia Invisibilità, diventa invisibile fino a che non trascorrono dieci minuti o fino a che non attacca qualcuno"

Le condizioni di dissolvimento possono essere arbitrariamente complesse. In alcuni sistemi fantasy, gli incantesimi si dissolvono al verificarsi di condizioni specifiche che possono essere espresse mediante formule temporali complesse:

Protezione_dall_Male $\rightarrow$ $G(\text{Protetto} \cup (\text{Allineamento_Cambia} \vee F(\text{Tocco_Malvagio} \wedge X \neg \text{Concentrazione})))$

"La protezione dal male dura globalmente fino a che non cambia l'allineamento o fino a che non si verifica un tocco malvagio seguito immediatamente da perdita di concentrazione"

Sistemi magici con risorse limitate e logica lineare

Un aspetto comune a molti sistemi magici ben progettati è l'esistenza di costi e risorse limitate. La magia non è gratuita: consuma energia vitale (mana, punti vita), richiede componenti materiali, o esaurisce la capacità del mago di concentrazione. Jean-Yves Girard ha sviluppato la logica lineare proprio per ragionare su risorse che vengono consumate dall'uso.

Nella logica lineare, la congiunzione $A \otimes B$ (moltiplicativa) significa "ho sia A che B come risorse separate", mentre l'implicazione lineare $A \multimap B$ significa "posso trasformare la risorsa A nella risorsa B". Crucialmente, in logica lineare non vale il principio di contrazione: da A non possiamo derivare $A \otimes A$. Una risorsa usata viene consumata e non è più disponibile.

Consideriamo un sistema magico dove gli incantesimi consumano mana. Possiamo rappresentare lo stato del mago come:

Mago $\otimes$ Mana(100) $\otimes$ Grimorio(lista_incantesimi)

Lanciare un incantesimo che costa 30 punti mana è una trasformazione:

$(\text{Mago} \otimes \text{Mana}(n) \otimes \text{Incantesimo_in_Grimorio}(I)) \multimap (\text{Mago} \otimes \text{Mana}(n - \text{Costo}(I)) \otimes \text{Effetto}(I))$

dove la regola è applicabile solo se $n \geq \text{Costo}(I)$. Dopo aver lanciato l'incantesimo, il mago ha meno mana disponibile. Non può "riutilizzare" lo stesso mana per lanciare un secondo incantesimo: la risorsa è stata consumata linearmente.

La logica lineare permette anche di esprimere risorse rigenerabili mediante il modificatore esponenziale $!A$ (leggi "of course A"), che significa "accesso illimitato alla risorsa A". Per esempio, se un mago ha un talento innato, potremmo rappresentarlo come:

Mago $\otimes$!Talento_Fuoco

Il talento è una risorsa inesauribile che può essere usata ripetutamente senza consumarsi, a differenza del mana.

Contraddizioni magiche e logiche dialeteiste

Alcune narrazioni fantasy presentano paradossi magici genuini: profezie auto-contraddittorie, oggetti che esistono e non esistono simultaneamente, situazioni che sembrano violare il principio di non-contraddizione. Come possiamo ragionare formalmente su tali situazioni senza far collassare il sistema nella trivialità?

La logica dialeteista, proposta da Graham Priest, sostiene che alcune contraddizioni possono essere vere: esistono proposizioni ϕ tali che sia ϕ che $\neg\phi$ sono vere. A differenza della logica paraconsistente, che semplicemente permette contraddizioni localizzate senza

trarne ogni conclusione, la logica dialeteista afferma che alcune contraddizioni corrispondono a verità genuine sulla realtà.

Un esempio classico nella letteratura filosofica è il paradosso del mentitore: "Questa frase è falsa". Se è vera, allora è falsa (come afferma); se è falsa, allora è vera (perché afferma di essere falsa). Priest sostiene che la soluzione è accettare che la frase è simultaneamente vera e falsa.

Nella narrativa fantasy, possiamo incontrare situazioni analoghe. Consideriamo la profezia in "Macbeth" di Shakespeare: "Nessun uomo nato da donna potrà danneggiare Macbeth". Macbeth interpreta questa profezia come una garanzia di invincibilità. Tuttavia, Macduff, nato da parto cesareo, uccide Macbeth. La profezia è simultaneamente vera (nessun uomo nato naturalmente può ucciderlo) e falsa (un uomo, Macduff, lo uccide).

Formalmente, in una logica dialeteista possiamo avere situazioni dove la funzione di valutazione V assegna ad una proposizione atomica p sia $V(p) = \text{Vero}$ che $V(p) = \text{Falso}$. Definiamo Δp come " p è contraddittorio" (sia vero che falso). In una semantica a quattro valori (Vero, Falso, Entrambi, Nessuno), possiamo ragionare su stati magici paradossali.

Per esempio, il Gatto di Schrödinger magico in alcune opere fantasy esiste in uno stato genuinamente contraddittorio: $\text{Vivo}(\text{Gatto}) \wedge \neg \text{Vivo}(\text{Gatto})$ è vero prima dell'osservazione, non come indeterminazione quantistica, ma come contraddizione dialeteica genuina.

Modalità iterative e gerarchie di necessità magica

In sistemi fantasy complessi con più livelli di realtà (sogni, piani astrali, realtà materiale, regni divini), abbiamo bisogno di modalità iterate: necessità di necessità, possibilità di necessità, e così via. La semantica di Kripke può essere estesa per gestire queste strutture complesse.

Consideriamo un universo fantasy con tre livelli ontologici: Piano Materiale (M), Piano Astrale (A), Piano Divino (D). Le leggi che governano ciascun piano hanno diversi gradi di necessità. Ciò che è necessario nel Piano Materiale potrebbe essere meramente contingente nel Piano Astrale, e ciò che è contingente nel Piano Astrale potrebbe essere necessario nel Piano Divino.

Definiamo tre operatori modali: $\Box_M$ (necessario materialmente), $\Box_A$ (necessario astralmente), $\Box_D$ (necessario divinamente). La relazione tra questi operatori può essere espressa mediante una gerarchia:

$$\Box_D \phi \rightarrow \Box_A \phi \rightarrow \Box_M \phi$$

"Ciò che è divinamente necessario è anche astralmente necessario, che è anche materialmente necessario"

Ma non valgono le implicazioni inverse: qualcosa può essere materialmente necessario (ad esempio, la mortalità degli esseri umani nel Piano Materiale) senza essere astralmente necessario (nel Piano Astrale, i concetti di vita e morte sono fluidi), e certamente senza essere divinamente necessario (gli dei possono concedere l'immortalità).

La semantica sottostante è una struttura di Kripke stratificata: $M = (W, R_M, R_A, R_D, V)$ dove W è partizionato in $W_M \cup W_A \cup W_D$, e le relazioni di accessibilità rispettano la gerarchia: se $w \in W_D$ e $w R_D w'$, allora anche $w R_A w'$ e $w R_M w'$.

Conclusioni sulla consistenza magica

La consistenza logica di universi con magia non richiede che la magia obbedisca alle leggi naturali del nostro universo, ma richiede che obbedisca a qualche insieme di leggi, anche se queste sono radicalmente diverse dalle nostre. La narrativa fantasy di qualità costruisce implicita o esplicitamente una "fisica magica" che può essere analizzata mediante strumenti logici sofisticati: logiche paraconsistenti per paradossi localizzati, logiche intuizioniste per magia costruttiva, logiche lineari per sistemi basati su risorse, logiche dialeteiste per contraddizioni genuine, e logiche modali stratificate per gerarchie ontologiche.

L'analisi formale non impoverisce la narrativa fantasy, ma rivela la sua struttura profonda e la coerenza che sottende anche le opere apparentemente più fantastiche. Un sistema magico ben progettato è, in un senso preciso, un sistema assiomatico alternativo alla fisica: coerente internamente, capace di generare predizioni, e soggetto a vincoli logici anche quando viola i vincoli fisici del nostro universo.

Parte V: Topologia delle "porte" tra mondi - wormholes narrativi

Il concetto di connessione tra universi narrativi

Uno dei tropi più ricorrenti nella letteratura fantastica e fantascientifica è la presenza di passaggi, porte, portali o tunnel che collegano universi diversi. Dagli armadi che conducono a Narnia nei romanzi di C.S. Lewis, agli stargate della fantascienza, alle porte tra dimensioni nei fumetti Marvel, la narrativa speculativa è pervasa da strutture che permettono il transito tra mondi altrimenti separati.

Dal punto di vista topologico, questi passaggi rappresentano connessioni in quello che altrimenti sarebbe uno spazio disconnesso di mondi possibili. Possiamo interpretare l'insieme dei mondi narrativi come uno spazio topologico (W, τ) dove W è l'insieme dei mondi e τ è una topologia su W che specifica quali sottoinsiemi di mondi sono "aperti" (accessibili congiuntamente).

Un wormhole narrativo è formalmente una funzione parziale $\pi: W \times L \rightarrow W$ dove L è un insieme di "località" o punti specifici all'interno di ciascun mondo. La funzione $\pi(w, l) = w'$ significa che dalla località l nel mondo w esiste un passaggio verso il mondo w' . La parzialità della funzione cattura il fatto che non tutti i punti di tutti i mondi sono collegati: solo certe località specifiche ospitano portali.

Topologia degli spazi multiworld e assiomi di connessione

Per sviluppare una teoria topologica rigorosa dei wormholes narrativi, dobbiamo prima specificare la struttura dello spazio dei mondi. Iniziamo con un insieme W di mondi possibili.

Su questo insieme, definiamo una topologia τ generata dalla relazione di accessibilità R : un insieme $U \subseteq W$ è aperto in τ se e soltanto se per ogni $w \in U$, l'insieme $\{w' : wRw'\} \subseteq U$.

Questa è la topologia naturale indotta dalla semantica modale: un insieme di mondi è aperto se è "chiuso verso il basso" rispetto all'accessibilità. Intuitivamente, se possiamo accedere a un mondo w che appartiene a una regione aperta U , allora tutti i mondi accessibili da w appartengono ancora a U .

Ora, i wormholes narrativi modificano questa topologia introducendo connessioni aggiuntive. Sia $R_p \subseteq W \times W$ la relazione "esiste un portale da w_1 a w_2 ". Possiamo definire una nuova relazione di accessibilità $R^* = R \cup R_p$, che combina l'accessibilità modale standard con l'accessibilità via portale. La topologia τ^* generata da R^* è generalmente più fine di τ (ha più aperti), perché i portali creano nuove connessioni.

Diversi sistemi narrativi impongono diversi assiomi sulla relazione R_p :

(Simmetria) Se esiste un portale da w_1 a w_2 , esiste un portale da w_2 a w_1 . Questo assioma è soddisfatto quando i portali sono bidirezionali (come tipicamente in "Stargate").

(Transitività) Se esiste un portale da w_1 a w_2 e da w_2 a w_3 , esiste un portale da w_1 a w_3 . Questo assioma è raramente soddisfatto nella narrativa, perché creerebbe una rete completamente connessa di mondi, eliminando la possibilità di mondi isolati o difficili da raggiungere.

(Località) I portali connettono località specifiche, non interi mondi. Formalmente: $R_p \subseteq (W \times L) \times (W \times L)$, dove $(w_1, l_1) R_p (w_2, l_2)$ significa "esiste un portale dalla località l_1 nel mondo w_1 alla località l_2 nel mondo w_2 ".

Invarianti topologici e proprietà dei portali

Un aspetto interessante della topologia dei wormholes narrativi riguarda gli invarianti topologici: proprietà che sono preservate sotto trasformazioni continue dello spazio. Nel contesto dei portali tra mondi, possiamo chiederci: quali proprietà di un mondo sono preservate quando si attraversa un portale?

Definiamo una funzione di trasporto $\tau_\pi: \text{Prop} \times W \rightarrow \text{Prop} \times W$ che mappa proposizioni e mondi attraverso un portale π . Se ϕ è vera nella località l del mondo w , e attraversiamo il portale π che conduce da (w, l) a (w', l') , quale versione di ϕ (se esiste) è vera in (w', l') ?

In molte narrazioni, le proprietà intrinseche di un oggetto sono preservate: se porto una spada magica da un mondo a un altro, rimane una spada magica. Formalmente:

$$\text{Intrinseco}(\phi, x) \wedge \phi(x)@_{(w,l)} \rightarrow \tau_\pi(\phi(x), w) = \phi(x)@_{(w',l')}$$

dove $\phi(x)@_{(w,l)}$ significa " ϕ è vera di x nella località l del mondo w ".

Ma le proprietà relazionali o esterne potrebbero non essere preservate. Se sono un re nel mondo w e attraverso un portale verso w' , non sono automaticamente un re in w' (a meno che non esista una corrispondenza tra le strutture sociali dei due mondi).

Teoria dei grafi dei multiversi narrativi

Una rappresentazione particolarmente utile della struttura dei portali è mediante teoria dei grafi. Possiamo costruire un grafo orientato $G = (V, E)$ dove $V = W$ (i vertici sono i mondi) e $E = R_p$ (gli archi sono i portali). Le proprietà strutturali di questo grafo rivelano caratteristiche importanti del multiverso narrativo.

Connessione: Il grafo è fortemente connesso se per ogni coppia di mondi w_1, w_2 esiste un cammino di portali da w_1 a w_2 . Molti multiversi narrativi non sono fortemente connessi: esistono "regioni" di mondi accessibili tra loro ma isolate da altre regioni.

Diametro: Il diametro del grafo è la massima distanza (misurata in numero di portali da attraversare) tra due mondi nel multiverso. Un diametro piccolo indica un multiverso "compatto" dove si può viaggiare rapidamente tra mondi; un diametro grande indica un multiverso "disperso".

Centralità: Alcuni mondi hanno centralità alta: sono hub attraverso i quali passano molti cammini tra altri mondi. Nel multiverso Marvel, ad esempio, la Terra (Terra-616) ha centralità molto alta perché è connessa a innumerevoli dimensioni alternative.

Possiamo definire la centralità di betweenness di un mondo w come:

$$C_B(w) = \sum_{\{s \neq w \neq t\}} \sigma_{st}(w) / \sigma_{st}$$

dove σ_{st} è il numero totale di cammini minimi tra s e t , e $\sigma_{st}(w)$ è il numero di questi cammini che passano attraverso w . Mondi con alta centralità sono critici per la connettività del multiverso: la loro rimozione o isolamento disconnetterebbe molte coppie di mondi.

Dinamica dei portali: apertura, chiusura e stabilità

I portali nella narrativa fantastica non sono sempre statici. Possono aprirsi e chiudersi, essere creati o distrutti, essere stabili o instabili. Questa dinamica richiede una trattazione formale.

Modelliamo il multiverso come un sistema dinamico discreto dove lo stato al tempo t è un grafo $G_t = (W, E_t)$, e $E_t \subseteq W \times W$ è l'insieme dei portali esistenti al tempo t . L'evoluzione del sistema è governata da regole di transizione:

$$E_{t+1} = \text{Aperture}(E_t, W, t) \cup (E_t \setminus \text{Chiusure}(E_t, W, t))$$

dove $\text{Aperture}(E_t, W, t)$ è l'insieme di nuovi portali che si aprono al tempo t , e $\text{Chiusure}(E_t, W, t)$ è l'insieme di portali che si chiudono.

Le regole per aperture e chiusure possono essere:

(Condizionate agli eventi) Un portale si apre quando si verifica un evento specifico (un allineamento planetario, un incantesimo, una catastrofe).

(Periodiche) I portali si aprono e chiudono con periodicità fissa (come le porte tra mondi in "The Dark Tower" di Stephen King che si aprono in momenti specifici).

(Stocastiche) I portali si aprono casualmente con una certa probabilità p in ogni periodo temporale.

(Dipendenti dalla struttura) La probabilità di apertura di un nuovo portale tra w_1 e w_2 dipende dalla "distanza" corrente tra questi mondi nel grafo esistente.

Wormholes temporali e causali

Una classe particolarmente complessa di portali è quella dei wormholes temporali: passaggi che connettono non solo mondi diversi, ma anche tempi diversi all'interno dello stesso mondo o di mondi diversi. Formalmente, questi sono portali della forma:

$$\pi: (w_1, t_1, l_1) \rightarrow (w_2, t_2, l_2)$$

dove t_1 e t_2 sono istanti temporali, possibilmente con $t_2 < t_1$ (portale verso il passato) o $t_2 > t_1$ (portale verso il futuro).

L'esistenza di wormholes temporali solleva immediatamente il problema dei cicli causali. Se posso viaggiare dal tempo t_1 al tempo $t_0 < t_1$ nello stesso mondo, posso potenzialmente causare eventi che prevengono la mia stessa esistenza al tempo t_1 . Abbiamo discusso questi paradossi nella sezione sui controfattuali, ma qui il problema si presenta in forma topologica.

Definiamo la relazione di precedenza causale $<$ come la chiusura transitiva della relazione "x causa direttamente y". In un universo senza wormholes temporali, $<$ è un ordine parziale (antisimmetrico: se $x < y$ allora non $y < x$). I wormholes temporali possono violare questa proprietà, creando cicli causali: $x < y < \dots < x$.

Un multiverso è causalmente consistente se e soltanto se $<$ rimane un ordine parziale anche in presenza di wormholes. Questo richiede restrizioni sui portali temporali. Una possibile restrizione è il principio di protezione cronologica di Hawking: la struttura stessa dello spazio-tempo (o del multiverso) impedisce la formazione di curve temporali chiuse.

Nella narrativa, questo principio è spesso implementato mediante meccanismi di "auto-correzione" temporale: tentativi di creare paradossi vengono frustrati da eventi che ristabiliscono la consistenza causale. Alternativamente, come già discusso, i wormholes temporali possono condurre non al passato dello stesso mondo, ma al passato di un mondo parallelo, evitando così i cicli causali nello stesso mondo.

Metrica e geometria degli spazi di mondi

Oltre alla topologia, possiamo dotare lo spazio dei mondi di una metrica: una funzione di distanza $d: W \times W \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{\infty\}$ che misura quanto sono "lontani" due mondi. Questa distanza potrebbe non corrispondere alla distanza nel grafo dei portali (numero minimo di portali da attraversare), ma piuttosto a una misura di dissimilarità intrinseca tra mondi.

Riprendendo la metrica di dissimilarità narrativa discussa nella sezione sui controfattuali, possiamo definire:

$$d(w_1, w_2) = \alpha \cdot d_{\text{leggi}}(w_1, w_2) + \beta \cdot d_{\text{storia}}(w_1, w_2) + \gamma \cdot d_{\text{ontologia}}(w_1, w_2)$$

dove $d_{\text{ontologia}}$ misura le differenze negli oggetti e negli individui che esistono nei due mondi.

Una volta definita una metrica, possiamo studiare la geometria dello spazio dei mondi. Domande interessanti includono:

Curvatura: Lo spazio dei mondi è piatto (euclideo), positivamente curvato (come una sfera), o negativamente curvato (come uno spazio iperbolico)?

Completezza: Ogni successione di Cauchy di mondi (w_n) (dove $d(w_n, w_m) \rightarrow 0$ per $n, m \rightarrow \infty$) converge a un mondo limite?

Compattezza: Ogni insieme infinito di mondi ha un punto di accumulazione?

Queste proprietà geometriche hanno conseguenze narrative. Se lo spazio è completo, allora sequenze di mondi sempre più simili hanno un "limite" che è esso stesso un mondo. Se lo spazio è compatto, allora ogni famiglia infinita di mondi ha dei punti di "concentrazione" dove molti mondi sono arbitrariamente vicini.

Fibrati di mondi e strutture locali

Una struttura geometrica avanzata che può essere applicata ai multiversi narrativi è quella dei fibrati. Un fibrato è uno spazio E con una proiezione $\pi: E \rightarrow B$ dove B è lo "spazio base" e per ogni $b \in B$, la fibra $\pi^{-1}(b)$ ha una struttura specifica.

Nel contesto dei multiversi, possiamo interpretare B come lo spazio dei "tipi di mondo" o "archetipi narrativi", e E come lo spazio dei mondi concreti. La proiezione $\pi: W \rightarrow A$ mappa ogni mondo concreto al suo archetipo. Per esempio:

$$\begin{aligned} \pi(\text{Terra-616}) &= \text{Archetipo_Supereroi} & \pi(\text{Terra-MCU}) &= \text{Archetipo_Supereroi} \\ \pi(\text{Mondo_di_Tolkien}) &= \text{Archetipo_Fantasy_Epico} \end{aligned}$$

Ogni fibra $\pi^{-1}(a)$ contiene tutti i mondi che sono variazioni sullo stesso tema archetipico. All'interno di una fibra, i mondi sono "localmente simili" ma differiscono nei dettagli.

Questa struttura è particolarmente utile per analizzare i multiversi come quello Marvel o DC, dove esistono infinite "Terre" che sono tutte variazioni sull'archetipo "mondo con supereroi", differenti nei dettagli ma simili nella struttura di alto livello.

Omotopia e equivalenze tra multiversi

Due multiversi possono essere considerati "essenzialmente identici" anche se differiscono nei dettagli? La teoria dell'omotopia fornisce un concetto di equivalenza adatto.

Diciamo che due spazi di mondi (W_1, R_1) e (W_2, R_2) sono omotopicamente equivalenti se esistono funzioni continue $f: W_1 \rightarrow W_2$ e $g: W_2 \rightarrow W_1$ tali che $g \circ f$ è omotopa all'identità su W_1 e $f \circ g$ è omotopa all'identità su W_2 .

Intuitivamente, due multiversi sono omotopicamente equivalenti se possono essere continuamente deformati l'uno nell'altro senza "strappare" le connessioni fondamentali. Questo tipo di equivalenza preserva le proprietà topologiche globali (connessione, numero di "buchi", struttura di alto livello) mentre permette differenze locali.

Per esempio, consideriamo due versioni del multiverso Marvel: una in cui esistono esattamente infinite Terre numerate, e una in cui esistono infinite Terre ma organizzate in una struttura frattale. Topologicamente, questi due multiversi potrebbero essere omotopicamente equivalenti se la struttura delle connessioni tra mondi è "essenzialmente la stessa" anche se l'organizzazione esplicita differisce.

Ostacoli topologici al transito tra mondi

Non tutti i mondi sono ugualmente accessibili, anche in presenza di portali. Possono esistere ostacoli topologici che impediscono o limitano il transito.

Un tipo di ostacolo è rappresentato da barriere: regioni di "non-mondo" che separano gruppi di mondi. Formalmente, possiamo partizionare W in componenti connesse $W = W_1 \cup W_2 \cup \dots \cup W_n$ dove ogni W_i è massimalmente connessa internamente, ma non esistono portali tra diverse componenti.

Un altro tipo di ostacolo è rappresentato da colli di bottiglia: mondi o regioni attraverso cui devono passare tutti i cammini tra due gruppi di mondi. La rimozione di un collo di bottiglia disconnette il multiverso. In teoria dei grafi, questi corrispondono ai vertici di articolazione o ai tagli minimi.

Nella narrativa, i colli di bottiglia sono spesso luoghi di grande importanza strategica: controllare un mondo-collo di bottiglia significa controllare l'accesso a intere regioni del multiverso. Un esempio è il "Nexus of All Realities" nei fumetti Marvel, un luogo che connette tutte le dimensioni e la cui distruzione isolerebbe regioni del multiverso.

Entropia topologica e crescita del multiverso

Possiamo definire una nozione di entropia topologica per un multiverso dinamico: una misura di quanto velocemente cresce la complessità della struttura dei portali nel tempo.

Sia $G_t = (W, E_t)$ il grafo dei portali al tempo t . Definiamo l'entropia topologica come:

$$h_{\text{top}} = \lim_{t \rightarrow \infty} (1/t) \log |E_t|$$

Questa misura cattura il tasso di crescita esponenziale del numero di portali. Un'alta entropia topologica indica un multiverso che sta rapidamente aumentando la sua connettività; bassa entropia indica un multiverso relativamente statico.

In molte narrazioni apocalittiche o escatologiche, eventi catastrofici causano un improvviso aumento dell'entropia topologica: barriere tra dimensioni crollano, portali si aprono incontrollabilmente, e il multiverso diventa pericolosamente interconnesso. Questo corrisponde a una discontinuità o singolarità nella funzione $h_{\text{top}}(t)$.

Parte VI: Teoria delle categorie per multiversi - funtori tra universi

Introduzione alla prospettiva categoriale

La teoria delle categorie, sviluppata da Samuel Eilenberg e Saunders Mac Lane negli anni Quaranta del Novecento, rappresenta uno dei framework matematici più astratti e potenti. Mentre la teoria degli insiemi si concentra sugli oggetti e sulla loro appartenenza, la teoria delle categorie si concentra sulle relazioni e sulle trasformazioni tra oggetti. Questa prospettiva si rivela particolarmente illuminante per l'analisi di multiversi narrativi, dove spesso ciò che conta non è tanto la natura intrinseca di un mondo, quanto le trasformazioni, le corrispondenze e i passaggi tra mondi diversi.

Una categoria C consiste di:

- Una classe di oggetti $Ob(C)$
- Per ogni coppia di oggetti A, B , un insieme di morfismi $Hom(A, B)$ da A a B
- Un'operazione di composizione $\circ: Hom(B, C) \times Hom(A, B) \rightarrow Hom(A, C)$ associativa
- Per ogni oggetto A , un morfismo identità $id_A: A \rightarrow A$

Nel contesto dei multiversi narrativi, gli oggetti sono i mondi possibili, e i morfismi sono le trasformazioni, traduzioni o passaggi da un mondo all'altro. La composizione di morfismi corrisponde al transito attraverso mondi intermedi, e l'identità rappresenta il "rimanere nello stesso mondo".

La categoria dei mondi possibili

Definiamo formalmente la categoria $World$ dei mondi narrativi:

$Ob(World) = \{w : w \text{ è un mondo narrativo possibile}\}$

$Hom_World(w_1, w_2) = \{f : f \text{ è una trasformazione narrativa da } w_1 \text{ a } w_2\}$

Una trasformazione narrativa $f: w_1 \rightarrow w_2$ è una funzione parziale che mappa entità, proprietà ed eventi di w_1 in entità, proprietà ed eventi corrispondenti di w_2 , preservando certe strutture relazionali.

Per esempio, consideriamo due adattamenti cinematografici di un romanzo. Il romanzo originale definisce un mondo narrativo w_libro , mentre ogni film definisce un mondo w_film1 e w_film2 . Le trasformazioni $f_1: w_libro \rightarrow w_film1$ e $f_2: w_libro \rightarrow w_film2$ mappano personaggi, eventi e luoghi del libro nei loro corrispettivi nei film. Queste trasformazioni non sono necessariamente iniettive (più personaggi del libro possono essere fusi in uno solo nel film) né suriettive (elementi possono essere aggiunti nel film).

La composizione di trasformazioni narrative corrisponde a trasformazioni composite. Se esiste una trasformazione $f: w_1 \rightarrow w_2$ (ad esempio, da libro a film) e $g: w_2 \rightarrow w_3$ (ad esempio, da film a videogiochi), allora $g \circ f: w_1 \rightarrow w_3$ rappresenta la trasformazione diretta da libro a videogiochi che "passa attraverso" il film.

Funtori: trasformazioni che preservano struttura

Un concetto centrale nella teoria delle categorie è quello di funtore: una mappatura tra categorie che preserva la struttura categoriale. Un funtore $F: C \rightarrow D$ consiste di:

- Una funzione $F_{\text{Ob}}: \text{Ob}(C) \rightarrow \text{Ob}(D)$ che mappa oggetti di C in oggetti di D
- Per ogni coppia $A, B \in \text{Ob}(C)$, una funzione $F_{\text{Mor}}: \text{Hom}_C(A, B) \rightarrow \text{Hom}_D(F(A), F(B))$ che mappa morfismi

con le proprietà:

- $F(\text{id}_A) = \text{id}_{F(A)}$ (preserva identità)
- $F(g \circ f) = F(g) \circ F(f)$ (preserva composizione)

Nel contesto dei multiversi narrativi, i funtori rappresentano "traduzioni sistematiche" tra diversi sistemi di mondi. Per esempio, consideriamo la categoria World_Fantasy (mondi fantasy) e la categoria World_SciFi (mondi fantascienza). Un funtore $F: \text{World_Fantasy} \rightarrow \text{World_SciFi}$ potrebbe mappare sistematicamente concetti fantasy in concetti science fiction:

$F(\text{Magia}) = \text{Tecnologia_Avanzata}$ $F(\text{Drago}) = \text{Creatura_Aliena_Volante}$ $F(\text{Incantesimo}) = \text{Dispositivo_Tecnologico}$

e così via. La proprietà di preservazione della struttura garantisce che se nel mondo fantasy "l'incantesimo A contrasta il drago D ", allora nel mondo sci-fi tradotto "il dispositivo $F(A)$ contrasta la creatura $F(D)$ ".

Un esempio concreto di questo tipo di traduzione è la serie "Shadowrun", che fonde sistematicamente fantasy e cyberpunk: la magia esiste ma coesiste con la tecnologia avanzata. Possiamo interpretare "Shadowrun" come un funtore che mappa elementi da World_Fantasy e World_SciFi in una categoria ibrida World_Shadowrun .

Funtori di dimenticanza e funtori liberi

Due tipi speciali di funtori sono particolarmente rilevanti per l'analisi narrativa: funtori di dimenticanza (forgetful functors) e funtori liberi (free functors).

Un funtore di dimenticanza $U: \text{World_Strutturato} \rightarrow \text{World_Base}$ elimina alcune strutture addizionali preservando solo gli elementi base. Per esempio, potremmo avere una categoria World_Con_Fisica dove ogni mondo è dotato di un sistema esplicito di leggi fisiche, e un funtore di dimenticanza U che mappa questi mondi in World_Base eliminando l'informazione sulle leggi fisiche specifiche, mantenendo solo la descrizione degli eventi e delle entità.

Formalmente, se $w \in \text{Ob}(\text{World_Con_Fisica})$ ha la forma (U_w, L_w) dove U_w è l'universo di individui e L_w è l'insieme delle leggi fisiche, allora $U(w) = U_w$ proietta solo l'universo, "dimenticando" le leggi.

Un funtore libero $F: \text{World_Base} \rightarrow \text{World_Con_Fisica}$ va nella direzione opposta: dato un mondo base senza struttura fisica esplicita, costruisce "liberamente" il mondo più generale

che ha quella base, aggiungendo la minima struttura fisica necessaria per rendere coerenti gli eventi descritti.

Questi due funtori formano una adjunction: F è aggiunto a sinistra di U , scritto $F \dashv U$. Questo significa che per ogni mondo base w_b e ogni mondo strutturato w_s , esiste una biiezione naturale:

$$\text{Hom_World_Con_Fisica}(F(w_b), w_s) \cong \text{Hom_World_Base}(w_b, U(w_s))$$

Intuitivamente, dare una trasformazione dal mondo "liberamente generato" $F(w_b)$ a un mondo strutturato w_s equivale a dare una trasformazione dal mondo base w_b alla base di w_s (dimenticando la struttura).

Questa costruzione cattura un fenomeno importante nella critica letteraria: la distinzione tra "worldbuilding esplicito" (mondi con fisica dettagliata come quelli di Greg Egan o Brandon Sanderson) e "worldbuilding implicito" (mondi dove le leggi fisiche non sono esplicitate ma sono implicite negli eventi narrati).

Trasformazioni naturali: quando diverse traduzioni concordano

Se abbiamo due funtori $F, G: \text{World_A} \rightarrow \text{World_B}$ che traducono mondi da una categoria all'altra, possiamo chiederci quando queste traduzioni sono "coerenti" tra loro. Una trasformazione naturale $\eta: F \Rightarrow G$ è una famiglia di morfismi $\{\eta_w : F(w) \rightarrow G(w)\}_{w \in \text{Ob}(\text{World_A})}$, uno per ogni mondo w , tale che per ogni morfismo $f: w_1 \rightarrow w_2$ in World_A , il seguente diagramma commuta:

$$\begin{array}{ccc} F(w_1) & \xrightarrow{\eta_{w_1}} & G(w_1) \\ | & & | \\ F(f) & & G(f) \\ | & & | \\ v & & v \\ F(w_2) & \xrightarrow{\eta_{w_2}} & G(w_2) \end{array}$$

$$\text{Ovvero: } G(f) \circ \eta_{w_1} = \eta_{w_2} \circ F(f).$$

Nel contesto narrativo, consideriamo due modi diversi di adattare storie fantasy in chiave moderna: un funtore F potrebbe "tecnologizzare" tutti gli elementi magici, mentre un funtore G potrebbe "psicologizzare" gli elementi magici interpretandoli come fenomeni mentali. Una trasformazione naturale da F a G rappresenterebbe una traduzione sistematica da interpretazioni tecnologiche a interpretazioni psicologiche che rispetta la struttura narrativa: se un elemento magico A influenza un elemento B nell'originale, allora anche nelle traduzioni $F(A)$ deve influenzare $F(B)$ e $G(A)$ deve influenzare $G(B)$, e la trasformazione da F ad G deve preservare queste relazioni di influenza.

Limiti e colimiti: costruzioni universali di mondi

La teoria delle categorie fornisce costruzioni universali chiamate limiti e colimiti che permettono di "combinare" oggetti in modi canonici.

Il prodotto $w_1 \times w_2$ di due mondi è un limite: è il mondo "più generale" che proietta sia su w_1 che su w_2 . Intuitivamente, $w_1 \times w_2$ contiene tutte le informazioni presenti sia in w_1 che in w_2 . Se w_1 è il mondo del "Signore degli Anelli" e w_2 è il mondo delle "Cronache del Ghiaccio e del Fuoco", il prodotto $w_1 \times w_2$ potrebbe essere interpretato come un mondo che contiene sia la Terra di Mezzo che Westeros come regioni separate.

Formalmente, il prodotto è caratterizzato da proiezioni $\pi_1: w_1 \times w_2 \rightarrow w_1$ e $\pi_2: w_1 \times w_2 \rightarrow w_2$ con la proprietà universale: per ogni mondo w con morfismi $f_1: w \rightarrow w_1$ e $f_2: w \rightarrow w_2$, esiste un unico morfismo $\langle f_1, f_2 \rangle: w \rightarrow w_1 \times w_2$ tale che $\pi_1 \circ \langle f_1, f_2 \rangle = f_1$ e $\pi_2 \circ \langle f_1, f_2 \rangle = f_2$.

Il coprodotto (o somma) $w_1 + w_2$ è un colimite: è il mondo "più piccolo" che contiene sia w_1 che w_2 come sottomondi disgiunti. Se pensiamo a w_1 e w_2 come "timeline alternative", il coprodotto $w_1 + w_2$ è il multiverso minimo che le contiene entrambe senza sovrapposizioni.

Un caso particolarmente interessante è il pushout, un colimite che generalizza la nozione di unione. Dati tre mondi w_0, w_1, w_2 e morfismi $f_1: w_0 \rightarrow w_1, f_2: w_0 \rightarrow w_2$ (intuitivamente, w_1 e w_2 sono due estensioni diverse di un mondo comune w_0), il pushout $w_1 +_{w_0} w_2$ è il mondo che "fonde" w_1 e w_2 identificando le parti comuni (quelle che provengono da w_0).

Nella narrativa, questo corrisponde alla situazione in cui due autori diversi scrivono sequel diversi dello stesso libro originale. Il mondo originale è w_0 , i due sequel definiscono mondi w_1 e w_2 che estendono w_0 . Il pushout rappresenterebbe un "meta-sequel" che cerca di incorporare elementi di entrambi i sequel compatibilmente con il loro comune punto di partenza.

Categorie di sheaves: informazione locale su mondi

Un concetto avanzato dalla topologia algebrica è quello di sheaf (fascio), che cattura l'idea di "informazione locale consistente globalmente". Possiamo applicare questa idea ai multiversi narrativi.

Sia (W, τ) uno spazio topologico di mondi (con τ topologia come discussa nella Parte V). Uno sheaf F su W associa a ogni aperto $U \in \tau$ un insieme $F(U)$ (l'informazione disponibile su U) e a ogni inclusione $V \subseteq U$ una funzione di restrizione $\rho_{UV}: F(U) \rightarrow F(V)$, soggette a condizioni di compatibilità:

(Località) Se $s \in F(U)$ e per ogni $i, \rho_{U, U_i}(s) = 0$ (dove $\{U_i\}$ è un ricoprimento di U), allora $s = 0$.

(Incollamento) Se abbiamo elementi $s_i \in F(U_i)$ che concordano sulle sovrapposizioni ($\rho_{U_i, U_i \cap U_j}(s_i) = \rho_{U_j, U_i \cap U_j}(s_j)$), allora esiste un unico $s \in F(U)$ tale che $\rho_{U, U_i}(s) = s_i$ per ogni i .

Nel contesto narrativo, possiamo interpretare $F(U)$ come "le storie coerenti ambientate nella regione U del multiverso". La condizione di località afferma che una storia è non-triviale solo se è non-triviale in qualche regione. La condizione di incollamento afferma che se abbiamo storie locali che concordano dove si sovrappongono, possiamo "incollarle" in una storia globale unica.

Per esempio, nell'universo cinematografico Marvel, diverse serie televisive e film raccontano storie che si svolgono in regioni diverse dell'universo (Terra, Asgard, pianeti lontani, dimensioni mistiche). Queste storie locali devono essere "incollabili": dove si sovrappongono (ad esempio, quando Thor appare sia nei film Thor che in Avengers), devono concordare sui fatti. Lo sheaf F associa a ogni regione dell'universo Marvel l'insieme delle storie coerenti ambientate in quella regione.

Monoidi e categorie monoidal: composizione di effetti narrativi

Una categoria monoidal è una categoria C dotata di un funtore prodotto tensoriale $\otimes: C \times C \rightarrow C$, un oggetto unità I , e isomorfismi naturali per associatività e unità che soddisfano certi assiomi di coerenza (assioma del pentagono e del triangolo).

Nel contesto narrativo, possiamo interpretare il prodotto tensoriale come "composizione sequenziale di effetti narrativi". Se E_1 e E_2 sono effetti narrativi (un incantesimo, un'azione, una decisione), allora $E_1 \otimes E_2$ rappresenta l'effetto composto "prima E_1 , poi E_2 ".

L'oggetto unità I rappresenta "nessun effetto" o l'effetto identità. Gli isomorfismi di associatività affermano che $(E_1 \otimes E_2) \otimes E_3$ è isomorfo a $E_1 \otimes (E_2 \otimes E_3)$: non importa come raggruppiamo le operazioni sequenziali, il risultato è essenzialmente lo stesso.

Una categoria monoidal simmetrica ha inoltre un isomorfismo di simmetria $\sigma: E_1 \otimes E_2 \rightarrow E_2 \otimes E_1$ che soddisfa $\sigma \circ \sigma = \text{id}$. Questo cattura situazioni in cui l'ordine di due effetti è irrilevante. Non tutte le azioni narrative sono simmetriche: "uccidere il re e poi coronare un nuovo re" è molto diverso da "coronare un nuovo re e poi uccidere il vecchio re". Ma alcune azioni sono commutative: "mettere la spada nella bisaccia e mettere il pane nella bisaccia" può essere fatto in qualsiasi ordine con lo stesso risultato.

Categorie arricchite: mondi con struttura addizionale

A volte vogliamo che i morfismi tra mondi abbiano essi stessi una struttura. Una categoria arricchita su una categoria monoidal $(V, \otimes, I)$ è una categoria C dove ogni $\text{Hom}(A, B)$ non è semplicemente un insieme, ma un oggetto di V , e la composizione è un morfismo in V .

Per esempio, potremmo arricchire la categoria dei mondi su $(\text{Set}, \times, \{\})$, *ottenendo la categoria ordinaria*. Ma potremmo anche arricchire su $(\text{Poset}, \times, \{\})$ dove ogni $\text{Hom}(w_1, w_2)$ è un insieme parzialmente ordinato: le trasformazioni da w_1 a w_2 hanno un ordine di "preferenza" o "plausibilità".

Alternativamente, potremmo arricchire su $([0, \infty], +, 0)$ dove ogni $\text{Hom}(w_1, w_2)$ è dotato di una metrica che misura il "costo" di una trasformazione. Comporre trasformazioni somma i costi: il costo di $f \circ g$ è $\text{costo}(f) + \text{costo}(g)$. Questo cattura l'idea che attraversare mondi multipli richiede più "energia narrativa" che un transito diretto.

2-Categorie: morfismi tra trasformazioni

Una 2-categoria è una struttura ancora più ricca dove oltre a oggetti e morfismi (1-morfismi) abbiamo anche 2-morfismi: morfismi tra morfismi. Formalmente, una 2-categoria C consiste di:

- Oggetti
- 1-morfismi (tra oggetti)
- 2-morfismi (tra 1-morfismi paralleli)
- Composizione verticale di 2-morfismi e composizione orizzontale

Nel contesto dei multiversi narrativi, possiamo interpretare:

- Oggetti: mondi narrativi
- 1-morfismi: trasformazioni tra mondi (adattamenti, traduzioni, passaggi)
- 2-morfismi: "metodi di transizione" tra trasformazioni

Per esempio, supponiamo di avere due modi diversi $f, g: w_{\text{libro}} \rightarrow w_{\text{film}}$ di adattare un libro in un film. Un 2-morfismo $\alpha: f \Rightarrow g$ potrebbe rappresentare un "processo di revisione" che trasforma l'adattamento f nell'adattamento g . Questi processi di revisione possono essere composti: se $\alpha: f \Rightarrow g$ e $\beta: g \Rightarrow h$ sono revisioni, allora $\beta \circ \alpha: f \Rightarrow h$ è la revisione composta.

La composizione orizzontale cattura il fatto che possiamo comporre revisioni in sequenza: se abbiamo $\alpha: f_1 \Rightarrow g_1$ (revisione dell'adattamento libro→film) e $\beta: f_2 \Rightarrow g_2$ (revisione dell'adattamento film→videogioco), allora $\beta * \alpha: f_2 \circ f_1 \Rightarrow g_2 \circ g_1$ è la revisione composta dell'intera catena libro→film→videogioco.

Categorie degli operadi: composizione di operazioni narrative

Gli operadi sono strutture algebriche che generalizzano la nozione di operazione con più input. Un operadio O consiste di insiemi $O(n)$ per ogni $n \geq 0$ (operazioni con n input), dotati di operazioni di composizione che soddisfano assiomi di associatività ed equivarianza rispetto a permutazioni degli input.

Nel contesto narrativo, un operadio potrebbe rappresentare operazioni di costruzione di trame. Ad esempio:

$O(2) = \{\text{Conflitto, Alleanza, Tradimento, ...}\}$ $O(3) = \{\text{Triangolo_Amoroso, Alleanza_Tripla, Doppio_Tradimento, ...}\}$

Un elemento di $O(2)$ come "Conflitto" è un'operazione che prende due linee narrative come input e produce una nuova linea narrativa (la storia del loro conflitto) come output. La composizione permette di costruire trame complesse componendo operazioni semplici.

Se abbiamo una trama T_1 che è un Conflitto tra personaggi A e B, e una trama T_2 che è un'Alleanza tra personaggi C e D, possiamo comporre queste usando un'operazione di $O(2)$ come "Convergenza" per ottenere una metatrama dove i due conflitti si intersecano o si influenzano.

Gli operadi sono particolarmente utili per modellare narrazioni modulari dove sottotrame possono essere composte in modi strutturati per formare narrazioni complesse. Questo è evidente in forme narrative come le serie televisive episodiche, dove ogni episodio è una "operazione" che prende lo stato dei personaggi come input e produce un nuovo stato come output, e le stagioni sono composizioni di queste operazioni.

Topoi: universi categoriali completi

Un topos è una categoria che si comporta molto come la categoria degli insiemi: ha prodotti finiti, equalizzatori, esponenziali, e un classificatore di sottooggetti. I topoi forniscono "universi alternativi" completi per fare matematica: tutto ciò che si può fare con gli insiemi si può fare in un topos.

Nel contesto filosofico, ogni topos può essere visto come incarnare una diversa "logica interna". Il topos degli insiemi Set incarnano la logica classica bivalente. Ma esistono altri topoi con logiche diverse: topoi che incarnano logica intuizionista, logica temporale, logica modale.

Per i multiversi narrativi, possiamo interpretare ciascun mondo narrativo sufficientemente ricco come un topos. Il topos W_Middle_Earth incarnerebbe la "logica" della Terra di Mezzo: quali proposizioni sono vere, quali inferenze sono valide, quali entità esistono in quel mondo. Un funtore geometrico $F: W_Middle_Earth \rightarrow W_Westeros$ sarebbe una traduzione tra le logiche di questi due mondi che preserva la struttura logica fondamentale.

La teoria dei topoi permette di dare senso rigoroso all'idea che "mondi diversi operano con logiche diverse". Non è che alcuni mondi violano la logica classica in modo arbitrario; piuttosto, incarnano sistematicamente logiche alternative che sono coerenti nei propri termini.

Teoria degli ∞ -gruppoidi e identità attraverso mondi

La teoria degli ∞ -gruppoidi (o ∞ -categorie) generalizza ulteriormente: oltre a 2-morfismi, abbiamo 3-morfismi (morfismi tra 2-morfismi), 4-morfismi, e così via all'infinito. Questo potrebbe sembrare eccessivamente astratto, ma cattura un fenomeno importante: l'identità trans-mondiale.

Quando diciamo che "Superman in Terra-1 è la stessa persona di Superman in Terra-2", stiamo asserendo un'equivalenza che non è semplicemente un morfismo (una trasformazione) ma piuttosto un'identità di alto livello. Potrebbero esistere più modi di identificare questi due Superman (diverse convenzioni editoriali, diverse retcon, diverse interpretazioni dei fan), e questi modi di identificazione sono essi stessi correlati da trasformazioni di livello superiore.

La teoria dell'omotopia tipo (HoTT - Homotopy Type Theory) di Vladimir Voevodsky fornisce un framework dove le identità sono esse stesse oggetti di primo piano che possono avere struttura interna complessa. In HoTT, un'identità $\text{id}: a = b$ tra a e b in un tipo A è essa stessa un tipo, e possiamo avere identità tra identità, e così via.

Applicando questo ai multiversi: Superman_Terra1 e Superman_Terra2 sono istanze dello stesso "tipo" Personaggio, e un'identità $\text{id}: \text{Superman_Terra1} = \text{Superman_Terra2}$ è una "via" che li connette. Ma potrebbero esistere più vie (più modi di stabilire questa identità), e queste vie possono essere equivalenti o diverse, portando a una ricca struttura di identità trans-mondiale.

Funtori rappresentabili e proprietà universali

Un funtore $F: C^{op} \rightarrow Set$ è rappresentabile se è naturalmente isomorfo a un funtore $Hom(-, A)$ per qualche oggetto A . L'oggetto A è chiamato rappresentante di F . Il lemma di Yoneda afferma che oggetti sono determinati univocamente (a meno di isomorfismo) dai funtori che rappresentano.

Nel contesto narrativo, possiamo interpretare un funtore rappresentabile come una "proprietà definita da un mondo archetipico". Per esempio, il funtore "essere un mondo con cavalieri, draghi e missioni" potrebbe essere rappresentato da un mondo archetipico $A_Fantasy$. Altri mondi fantasy sono "vicini" a questo archetipo nella misura in cui ammettono molti morfismi da $A_Fantasy$ verso di loro.

Il lemma di Yoneda ci dice che due mondi archetipici sono equivalenti se e solo se "hanno lo stesso effetto su tutti gli altri mondi": se ogni altro mondo si relaziona a A nello stesso modo in cui si relaziona a B , allora A e B sono essenzialmente identici come archetipi.

Questa è una profonda intuizione formale: l'identità di un mondo narrativo è determinata non dalle sue proprietà intrinseche, ma dalle sue relazioni con tutti gli altri mondi possibili. Un mondo è ciò che è in virtù di come si collega a tutto il resto del multiverso narrativo.

Monadi: effetti computazionali come strutture categoriali

Una monade è un endofuntore $T: C \rightarrow C$ dotato di due trasformazioni naturali: $\eta: Id \Rightarrow T$ (unità) e $\mu: T \circ T \Rightarrow T$ (moltiplicazione), che soddisfano leggi di associatività e unità analoghe a quelle di un monoide.

Le monadi sono state introdotte nella teoria delle categorie, ma hanno trovato applicazione profonda nell'informatica teorica dove modellano "effetti computazionali": operazioni come stato mutabile, input/output, non-determinismo, eccezioni.

Nel contesto narrativo, possiamo usare monadi per modellare effetti narrativi. Per esempio:

La monade delle possibilità $T(A) = P(A)$ (insieme delle parti di A) modella non-determinismo: data una situazione di tipo A , $T(A)$ rappresenta tutti i possibili sviluppi. L'unità η inserisce una situazione deterministica nel contesto delle possibilità, e la moltiplicazione μ "appiattisce" possibilità annidate (possibilità di possibilità) in semplici possibilità.

La monade dello stato $T(A) = S \rightarrow (A \times S)$ modella narrazioni con stato mutabile: una narrazione di tipo A che parte da uno stato S e produce un risultato di tipo A insieme a un nuovo stato S .

La monade della continuazione $T(A) = ((A \rightarrow R) \rightarrow R)$ modella "biforcazioni narrative": una narrazione che, data una "continuazione" (cosa accade dopo), determina il risultato finale.

Queste monadi possono essere composte e combinate per modellare strutture narrative complesse. Una monade che combina stato, possibilità e continuazione potrebbe modellare narrazioni interattive ramificate dove le scelte del giocatore modificano lo stato del mondo e determinano quale delle molteplici continuazioni possibili viene attualizzata.

Algebre di Kleisli e mondi possibili come computazioni

Data una monade T , la categoria di Kleisli $Kl(T)$ ha gli stessi oggetti della categoria originale C , ma i morfismi da A a B in $Kl(T)$ sono morfismi da A a $T(B)$ in C . La composizione in $Kl(T)$ è definita usando l'unità e la moltiplicazione della monade.

Se interpretiamo T come la monade delle possibilità, un morfismo $f: A \rightarrow T(B)$ in $Kl(T)$ rappresenta una transizione narrativa non-deterministica: dalla situazione A , possiamo passare a una qualsiasi delle situazioni in $T(B) = P(B)$.

La categoria di Kleisli fornisce quindi un modello formale per narrazioni ramificate: i morfismi rappresentano transizioni che possono condurre a molteplici esiti. Comporre morfismi in $Kl(T)$ corrisponde a comporre transizioni narrative: se da A possiamo raggiungere varie situazioni in B , e da ciascuna situazione in B possiamo raggiungere varie situazioni in C , allora la composizione determina l'insieme complessivo di situazioni in C raggiungibili da A .

Questo framework categoriale per narrazioni ramificate è più potente delle strutture ad albero o grafi discussi precedentemente, perché permette di modellare astrattamente il concetto di "effetto narrativo" senza specificare tutti i dettagli implementativi. Diverse monadi catturano diversi tipi di effetti narrativi, e la teoria generale delle monadi fornisce teoremi e costruzioni che si applicano uniformemente a tutti questi casi.

Categorie derivate e coomologia di multiversi

Le categorie derivate, introdotte da Grothendieck e Verdier nell'ambito della geometria algebrica, forniscono strumenti per studiare "risoluzioni" e "omologia" di oggetti complessi. Possiamo applicare queste idee ai multiversi narrativi.

Supponiamo di avere una categoria di mondi narrativi con "relazioni di derivazione": un mondo w' è derivato da w se è un sequel, un prequel, una riscrittura o un'espansione di w . Questa relazione forma una struttura complessa: esistono cicli (reboots che riportano alla situazione iniziale), lunghe catene (saghe estese attraverso molti sequel), e ramificazioni (timeline alternative).

La categoria derivata $D(\text{World})$ studia questa struttura "up to quasi-isomorphism": due complessi di mondi sono considerati equivalenti se sono collegati da una catena di morfismi che "invertano" le relazioni di derivazione. Questo cattura l'idea che diverse presentazioni della "stessa storia essenziale" (attraverso varie riscritture, adattamenti, retcon) dovrebbero essere considerate equivalenti.

La coomologia $H^n(W)$ di un multiverso W misura l'ostruzione alla "semplicità" della sua struttura derivativa. Un multiverso con coomologia triviale ha una struttura di derivazione "contrattile": tutte le storie sono essenzialmente variazioni su un'unica storia centrale. Un multiverso con coomologia non-triviale ha una struttura essenzialmente complessa che non può essere semplificata senza perdere informazione.